Universidad de Los Andes.
Facultad de Ingeniería.
Escuela Básica de Ingeniería.

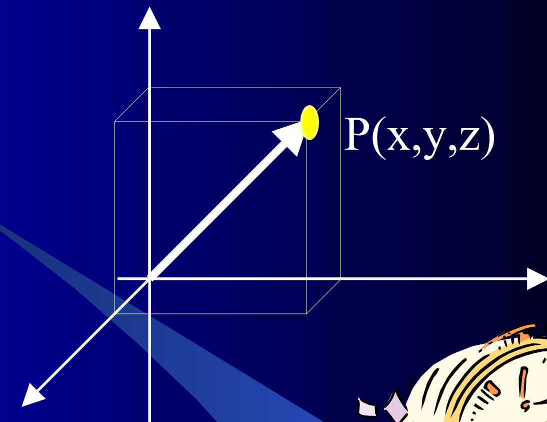
Tema I
Conceptos y Principios fundamentales.
Estática de partículas.
Sistemas Equivalentes de fuerzas.

Prof. Nayive Jaramillo S.
Cátedra: Mecánica Racional 10
Sección 01

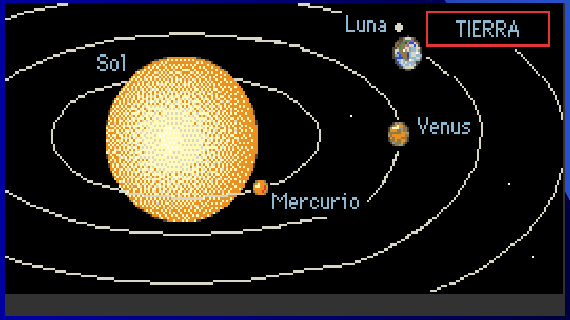
Objetivos del tema.

- Introducir los conceptos y principios fundamentales de la mecánica.
- Estudiar el efecto de fuerzas que actúan sobre partículas.
- Estudiar, analizar y calcular casos donde exista reducción de un sistema de fuerzas aplicadas en un cuerpo rígido.

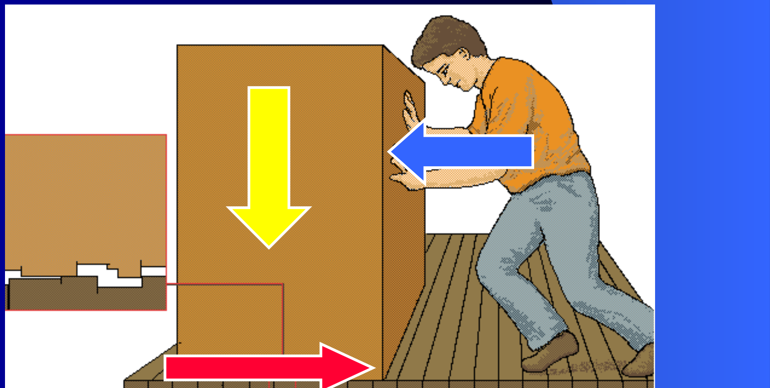
Contenido:



- Conceptos Fundamentales.
  - Espacio.
  - Tiempo.
  - Masa.
  - Partícula.
  - Cuerpo rígido.
  - Fuerza.



Toda fuerza se definirá mediante un vector y como tal tendrá: Dirección,
Magnitud
sentido y
punto de aplicación.



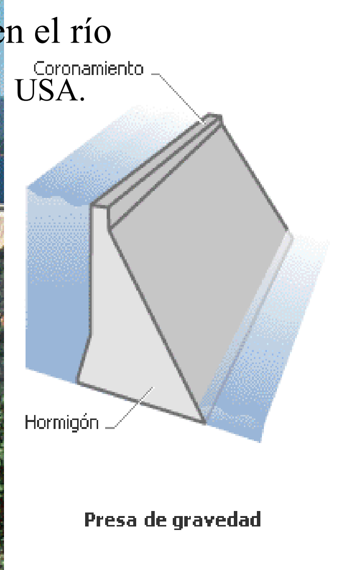
Cuerpo rígido: Cuerpo que tenga la propiedad de que las distancias relativas entre sus puntos permanecen constantes, actúen o no fuerzas sobre él. (Hipótesis)

- **Cuerpos deformables**: Experimentan deformaciones apreciables bajo la acción de las fuerzas.
  - Elásticos: cuando regresan a su condición inicial
  - Plásticos: cuando las deformaciones son permanentes.

Tipos de fuerzas

- Tipos de fuerzas
  - **Fuerza de Contacto**: La que se genera producto del contacto de dos cuerpos
  - **A distancia**: gravedad, magnética
  - **Concentrada**
  - **Repartida o distribuida.**

La presa de Shasta está situada en el río Sacramento, en el norte de California. USA.



- Sistemas de Fuerzas
  - **Coplanares**
    - **Concurrentes**
      - **Colineales**
      - **No Colineales**
    - **No concurrentes**
      - **Paralelas**
      - **No paralelas**
  - **No Coplanares**
    - **Concurrentes**
    - **No concurrentes**
      - **Paralelas**
      - **No paralelas**

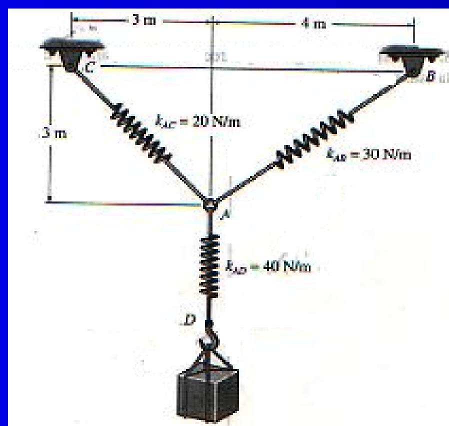
Colineales: Misma línea de acción.

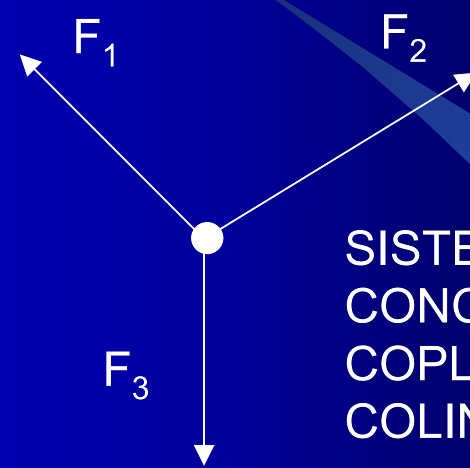
Coplanares: Mismo plano

Concurrentes: Rectas de Acción con un punto común

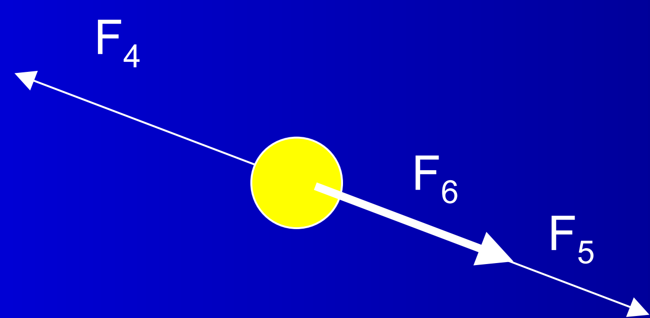
Paralelas.Rectas de Acción paralelas a un mismo vector.

Sistema de fuerzas concurrentes





SISTEMA DE FUERZAS CONCURRENTES COPLANARES NO COLINEALES.

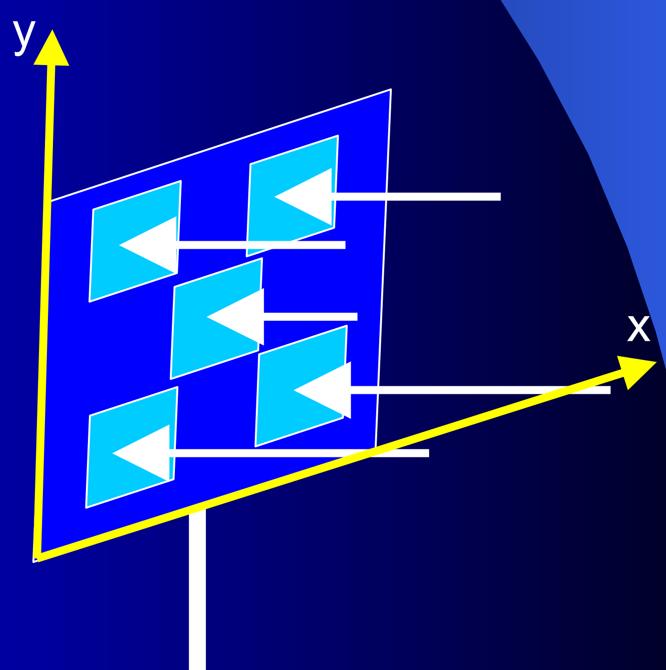


SISTEMA DE FUERZAS CONCURRENTES COPLANARES COLINEALES.

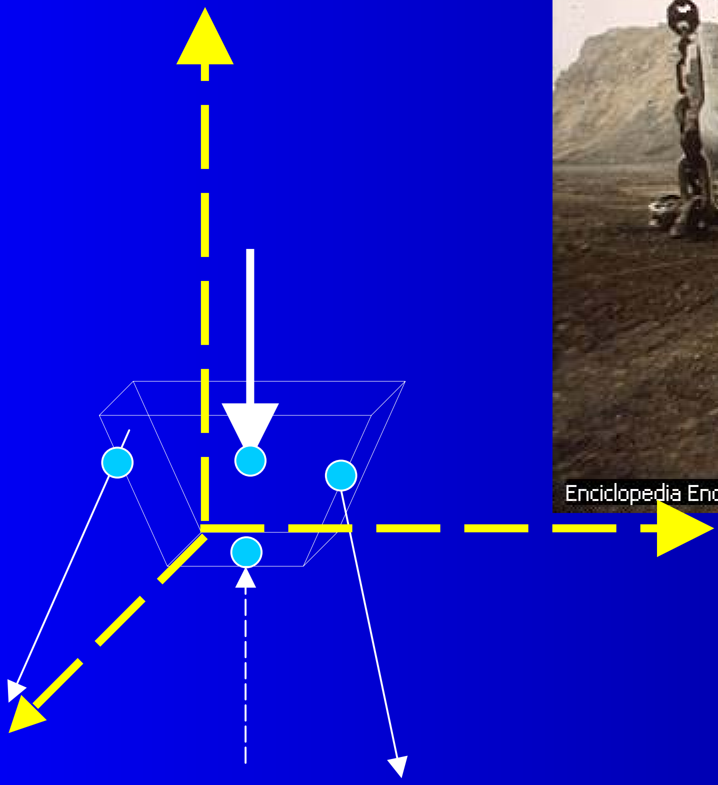
Sistemas de fuerzas paralelas

Sistema de fuerzas
coplanares paralelas.

Sistema de fuerzas NO
coplanares paralelas.



Sistema de fuerzas no coplanares



Cuchara gigante de carbón
En las explotaciones mineras al descubierto se emplean a menudo cucharas enormes para aplanar la tierra o desplazarla. Las cucharas tienen dientes afilados e inclinados en su extremo frontal y son arrastradas por el suelo por poderosas máquinas.

Ejemplos de sistemas de fuerzas

Contenido

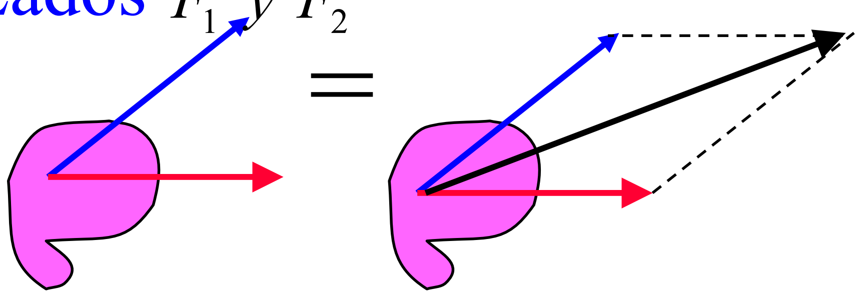
- Postulados fundamentales de la Estática
  - Principio del paralelogramo.
  - Principio de transmisibilidad.
  - Principio de Acción y Reacción (3ra ley de Newton).
  - Primera Ley de Newton.
  - Equilibrio de dos fuerzas.

Postulados fundamentales de la Estática

EL PRINCIPIO DEL PARALELOGRAMO se usa para la adición de fuerzas.

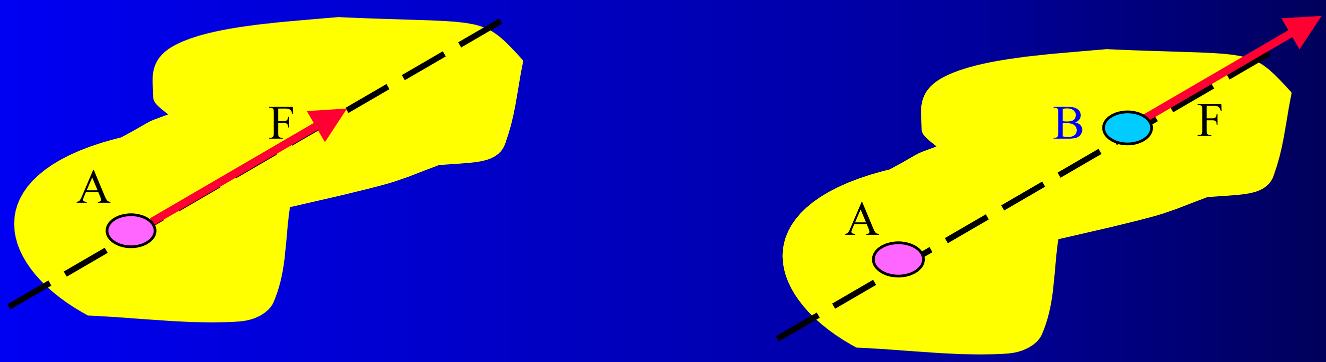
"El efecto de dos fuerzas $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ que actúan sobre un cuerpo es equivalente al de una tercera $\overline{\mathrm{R}}$ definida por la diagonal del paralelogramo que tiene por

Lados $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$"



Postulados fundamentales de la Estática

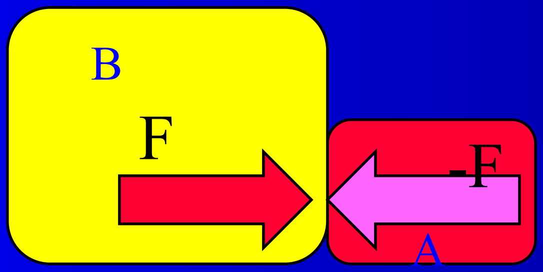
- PRINCIPIO DE TRANSMISIBILIDAD
  Si una fuerza actúa sobre un cuerpo rígido su efecto sobre éste no se alterara si la fuerza se desliza a lo largo de su recta de acción dentro de los límites del cuerpo.



Postulados fundamentales de la Estática

- PRINCIPIO DE ACCIÓN Y REACCIÓN

  Si sobre un cuerpo **A** otro cuerpo **B** ejerce una fuerza **F** (acción), el cuerpo **A** ejerce sobre el cuerpo **B** una fuerza de igual magnitud y dirección pero de sentido contrario (**-F**, reacción).



Postulados fundamentales de la Estática

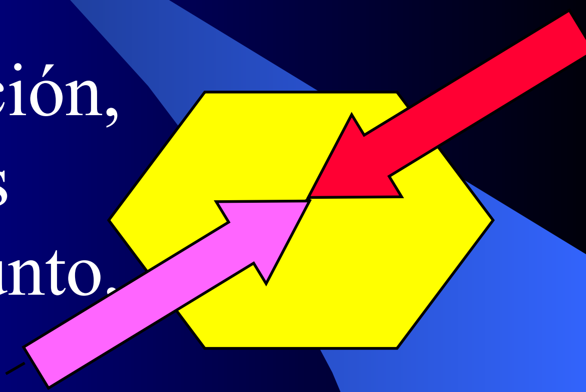
- PRIMERA LEY DE NEWTON

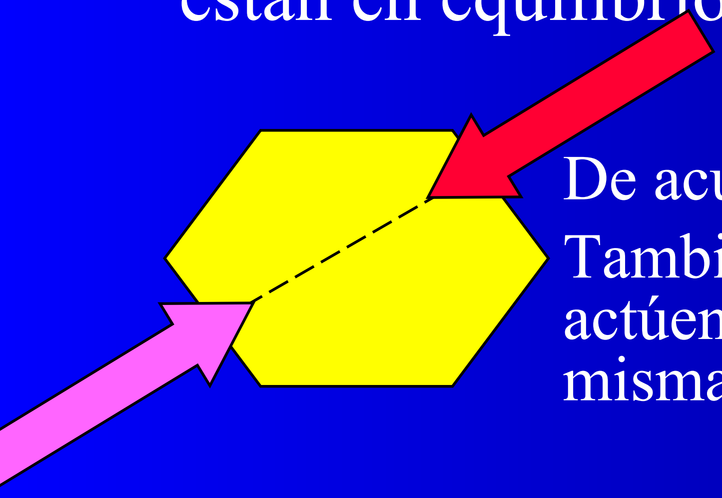
  Un cuerpo que se encuentre originalmente en reposo, o moviéndose en línea recta con velocidad constante, permanecerá en este estado siempre y cuando no actué una fuerza no equilibrada sobré él.

Postulados fundamentales de la Estática

- EQUILIBRIO DE DOS FUERZAS

Dos fuerzas con la misma línea de acción, igual magnitud pero sentidos opuestos aplicadas a un cuerpo en un mismo punto, están en equilibrio.

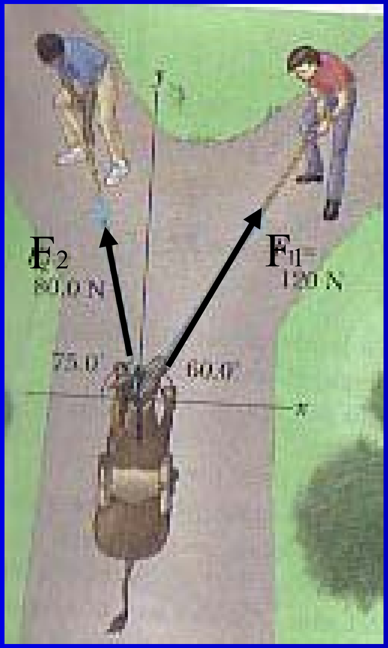




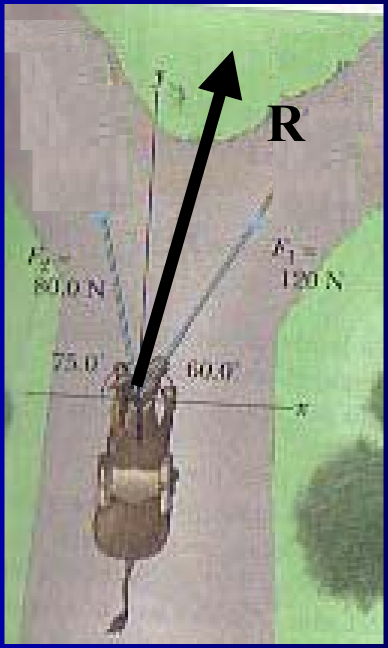
De acuerdo al principio de transmisibilidad

También estará en equilibrio aun cuando no actúen en el mismo punto pero tengan la misma línea de acción.

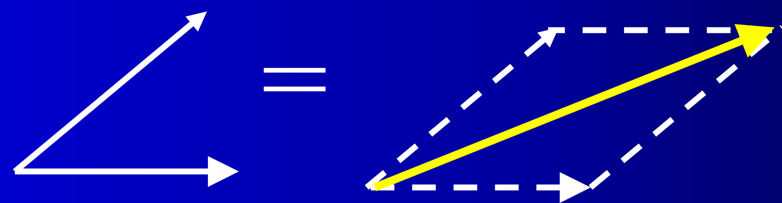
- **Sistemas Equivalentes:** Dos sistemas son equivalentes cuando uno se puede transformar en otro, mediante la aplicación de los postulados fundamentales de la mecánica.



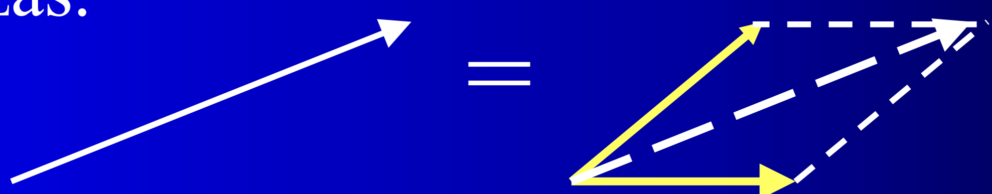
=



- Sistemas Resultantes: Es un sistema equivalente más sencillo. Es decir es el sistema compuesto por el menor número de fuerzas posibles.
- Composición de fuerzas: Pasar de un sistema complejo de fuerzas a uno más simple.



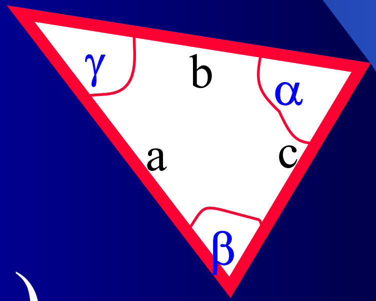
- Descomposición de fuerzas: Pasar de un sistema más simple a uno con mayor número de fuerzas.



Composición de fuerzas

- Se basa en el principio del paralelogramo.
- Se usará la ley del seno y la ley del coseno

$$\frac{a}{\operatorname{sen}\alpha} = \frac{b}{\operatorname{sen}\beta} = \frac{c}{\operatorname{sen}\gamma}$$



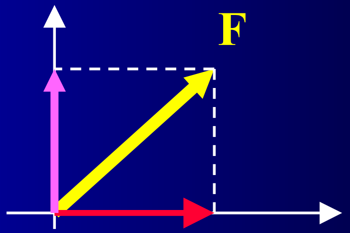
$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$$

- Método grafico (suma de vectores)
- Método Analítico (suma de las componentes de los vectores)
- Ejemplos

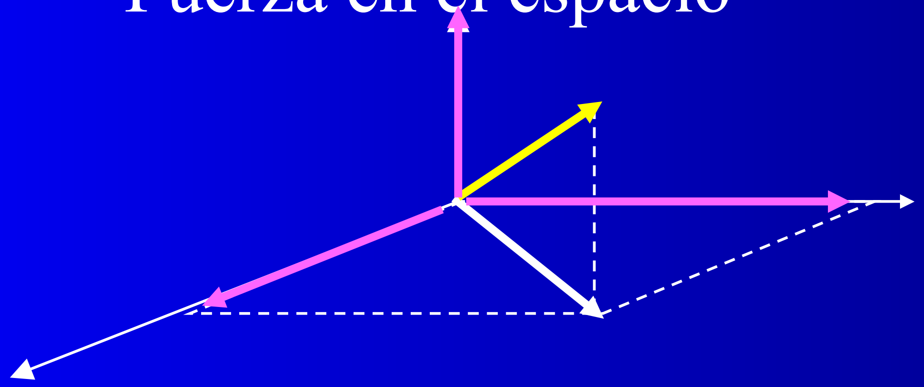
Descomposición de fuerzas

- Al descomponer las fuerzas en componentes que sean perpendiculares entre si, el paralelogramo resultante es un triangulo rectángulo.

COMPONENTES RECTANGULARES



- – Fuerza en el plano
- – Fuerza en el espacio



Expresión vectorial de la fuerza

Fuerza = magnitud * Vector unitario

$$\vec{F} = f\,\vec{\lambda}$$

$$\vec{\lambda} = \left[\cos\theta_x ; \cos\theta_y ; \cos\theta_z\right]$$

- Recta de acción de la fuerza

$$\frac{x - x_0}{A} = \frac{y - y_0}{B} = \frac{z - z_0}{C}$$

$$D = \sqrt{(A^2 + B^2 + C^2)}$$

$$\vec{\lambda} = \frac{A}{D}\vec{i} + \frac{B}{D}\vec{j} + \frac{C}{D}\vec{k}$$

Expresión vectorial de la fuerza

- **Dado dos puntos de la línea de acción de la fuerza, A y B, y su sentido AB el vector director de la fuerza se obtiene como:**

$$A(a_x, a_y, a_z) \qquad B(b_x, b_y, b_z)$$

$$\vec{\lambda} = \frac{\overline{AB}}{\left|\overline{AB}\right|} = \frac{\left[b_x - a_x;\ b_y - a_y;\ b_z - a_z\ \right]}{\left|\overline{AB}\right|}$$

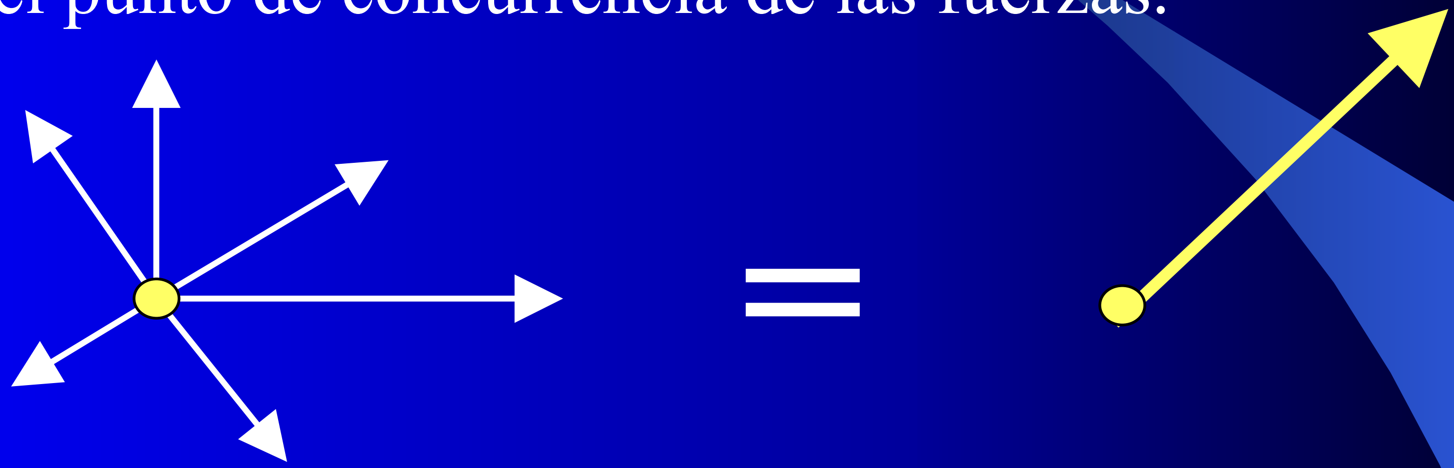
Identidad trigonométrica

$$\vec{\lambda} \bullet \vec{\lambda} = 1 * 1 * \cos 0 = 1$$

$$\cos^2 \theta_x + \cos^2 \theta_y + \cos^2 \theta_z = 1$$

Sistema de fuerzas concurrentes

- En este tipo de sistemas se reduce a única fuerza aplicada en el punto de concurrencia de las fuerzas.



- En sistema de fuerzas no concurrentes, para poder reducirlos y saber que efectos van a generar en el cuerpo que se aplique, su análisis se basa en el concepto fundamental de la estática: momento de una fuerza.

Ejercicio

Hallar la dirección y magnitud de la resultante del sistema de fuerzas concurrentes en el punto A, formado por:

$a)\ \left|\vec{F}_1\right| = 20Kgf$ paralela al eje X en sentido negativo.

$b)\ \left|\vec{F}_2\right| = 12Kgf$ paralela y de igual sentido a $\vec{V} = [4; \quad -2; \quad 4]$

$c)\ \left|\vec{F}_3\right| = 12Kgf$ cuya recta de acción es $-x + 2 = -\dfrac{3y-3}{6} = \dfrac{z-5}{2}$

$d)\ \left|\vec{F}_4\right| = 10\sqrt{2}Kgf$ cuyos cosenos directores son : $\cos\theta_x = \dfrac{1}{\sqrt{2}}; \cos\theta_y = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$

$e)\ \left|\vec{F}_5\right| = 26Kgf$ pasa por A y B sentido de A hacia B.

$A(2,1,5)\ ;\ B(5,5,-7)$

Nota: solución del problema de clases: T_{AB} =4326.79Kgf T_{AD} =2478.59Kgf

Momento de una fuerza

- Momento de una fuerza con respecto a un punto.
- Momento de una fuerza con respecto a un eje.
- Teorema de Varignon
- Momento de un par de fuerzas.
- Traslación de una fuerza.

Momento de una fuerza

Momento de una fuerza respecto a un punto

- Se define como el producto vectorial :

$$\vec{M}_o = \vec{r} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} =$$

$$\left(r_y F_z - r_z F_y\right)\hat{i} + \left(r_z F_x - r_x F_z\right)\hat{j} + \left(r_x F_y - r_y F_x\right)\hat{k}$$

Siendo r un vector que partiendo del punto sobre el cuál se averigua el momento llega a cualquier punto de la línea de acción de la fuerza F

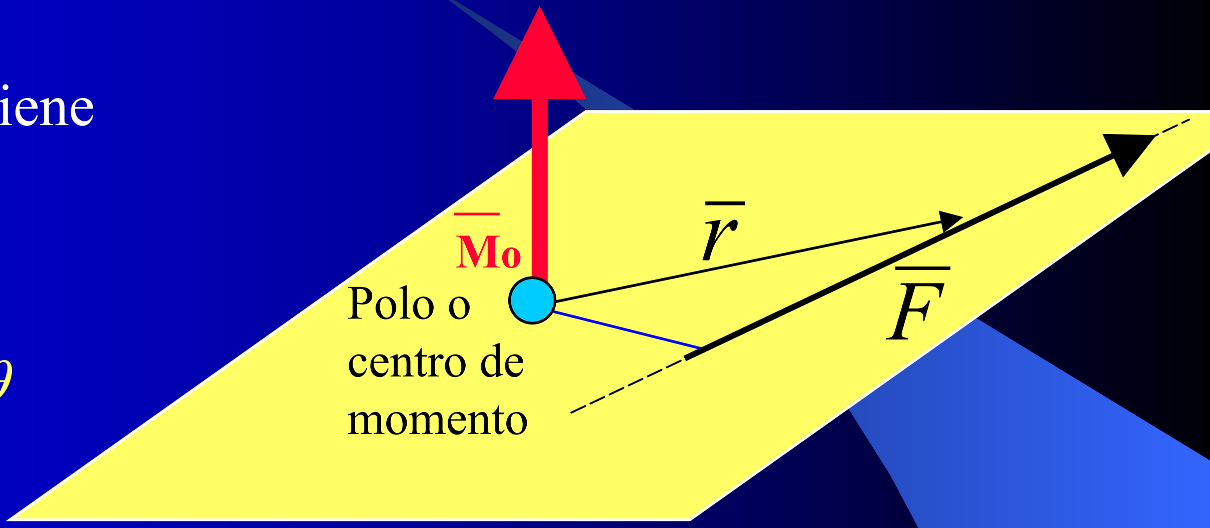
Momento de una fuerza respecto a un punto

- Su magnitud se obtiene como:

$$\left|\vec{M}_o\right| = \left|\vec{r}\right| . \left|\vec{F}\right| . sen\,\theta$$

$$\text{donde}: \; d = \left|\vec{r}\right| . sen\,\theta$$

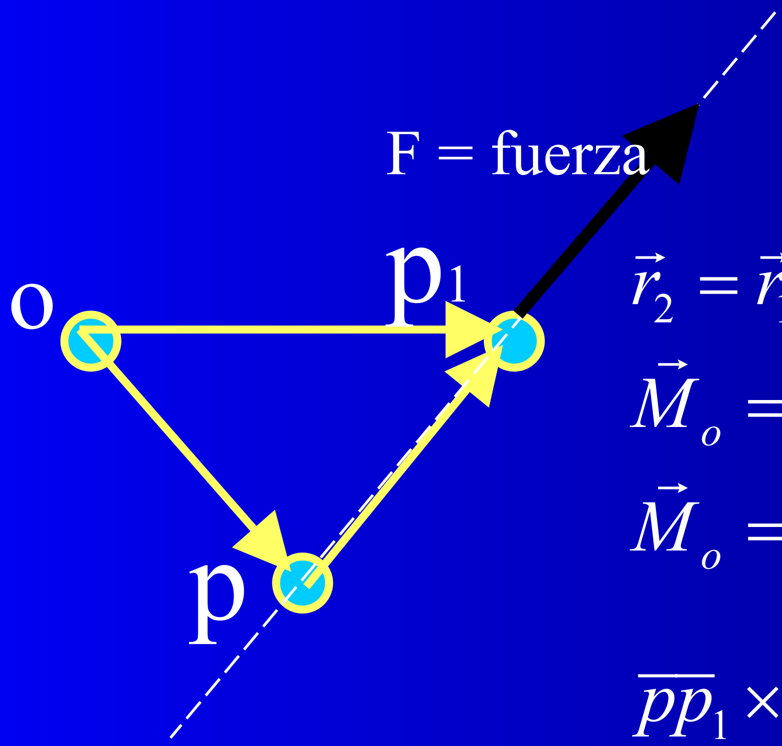
- d = define la distancia perpendicular desde la línea de acción de fuerza hasta el punto "o".



Momento de una fuerza respecto a un punto

- Si “o” está contenido en la línea de acción de la fuerza F el momento “Mo” respecto a “o” será nulo.
- El momento respecto al punto será independiente de la escogencia del punto seleccionado sobre la línea de acción de la fuerza F.

Hipótesis $\vec{M}_o = \vec{r}_1 \times \vec{F} = \vec{r}_2 \times \vec{F}$



$$\vec{r}_2 = \vec{r}_1 + \overline{pp_1} \;\therefore$$

$$\vec{M}_o = \vec{r}_2 \times \vec{F} = (\vec{r}_1 + \overline{pp_1}) \times \vec{F}$$

$$\vec{M}_o = \vec{r}_1 \times \vec{F} + \overline{pp_1} \times \vec{F} \quad \text{pero}$$

$$\overline{pp_1} \times \vec{F} = 0 \text{ por palalelismo} \begin{cases} \theta = 0^{\circ} \\ \theta = 180^{\circ} \end{cases} \therefore$$

$$\text{Usamos } \vec{M}_o = \vec{r}_1 \times \vec{F} = \vec{r}_2 \times \vec{F} \qquad \text{l.q.q.d.}$$