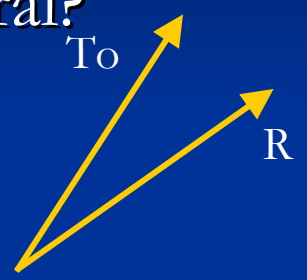
Eje central

- ¿Como obtener un punto "A" que pertenece al eje central?



$$\overline{T}_o = \overline{T}_A + \overline{OA} \times \overline{R}$$

$$\overline{T}_A = \overline{T}_o - \overline{OA} \times \overline{R}$$

- Si el punto "A" pertenece al eje central.

$$\overline{T}_A = \lambda \overline{R}$$

$$\overline{T}_o - \overline{OA} \times \overline{R} = \lambda \overline{R} \qquad \text{Ec. I}$$

- Multiplicando la Expresión Ec. I vectorialmente por el vector R.

Eje central

- Se obtiene:

$$\overline{T}_o \times \overline{R} - \left(\overline{OA} \times \overline{R}\right) \times \overline{R} = \lambda \overline{R} \times \overline{R}$$

$$\overline{T}_o \times \overline{R} - \left(\overline{OA} \times \overline{R}\right) \times \overline{R} = 0$$

$$\overline{T}_o \times \overline{R} = \left(\overline{OA} \times \overline{R}\right) \times \overline{R} \qquad \textbf{Ec. II}$$

Recordando el producto vectorial entre tres vectores, se obtiene:

$$\overline{D} \times \left(\overline{B} \times \overline{C}\right) = \left(\overline{D} \bullet \overline{C}\right) \cdot \overline{B} - \left(\overline{D} \bullet \overline{B}\right) \cdot \overline{C}$$

$$\left(\overline{B} \times \overline{C}\right) \times \overline{D} = -\overline{D} \times \left(\overline{B} \times \overline{C}\right) = -\left(\overline{D} \bullet \overline{C}\right) \cdot \overline{B} + \left(\overline{D} \bullet \overline{B}\right) \cdot \overline{C}$$

Eje central

- Desarrollando el producto vectorial $\left(\overline{OA}\times\overline{R}\right)\times\overline{R}$

$$\left(\overline{OA}\times\overline{R}\right)\times\overline{R}=\left(\overline{R}\bullet\overline{OA}\right)\cdot\overline{R}-\left(\overline{R}\bullet\overline{R}\right)\cdot\overline{OA}$$

$$\left(\overline{OA}\times\overline{R}\right)\times\overline{R}=\left(\overline{R}\bullet\overline{OA}\right)\cdot\overline{R}-R^2\cdot\overline{OA}$$

- Sustituyendo en la expresión Ec. II se obtiene:

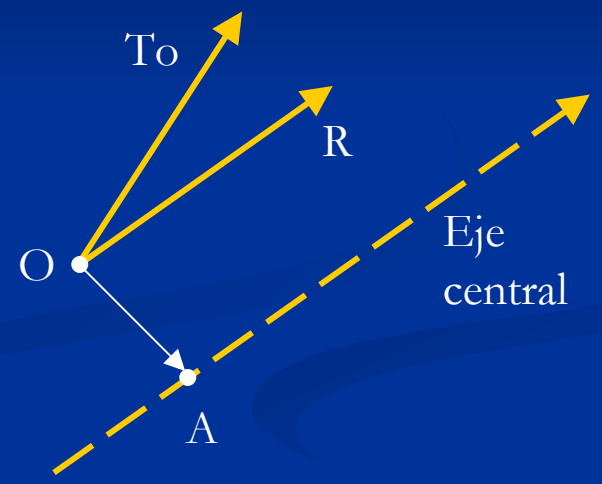
$$\overline{T}_o\times\overline{R}=\left(\overline{OA}\times\overline{R}\right)\times\overline{R}$$

$$\overline{T}_o\times\overline{R}=\left(\overline{R}\bullet\overline{OA}\right)\cdot\overline{R}-R^2\cdot\overline{OA}$$

Eje central

- Si OA es perpendicular a R se cumple que $\left(\overline{R} \bullet \overline{OA}\right) \cdot \overline{R} = 0$

- Por ende: $\overline{T}_o \times \overline{R} = -R^2 \cdot \overline{OA}$



- Despejando el vector OA se tiene:

$$\overline{OA} = -\frac{\overline{T}_o \times \overline{R}}{R^2}$$

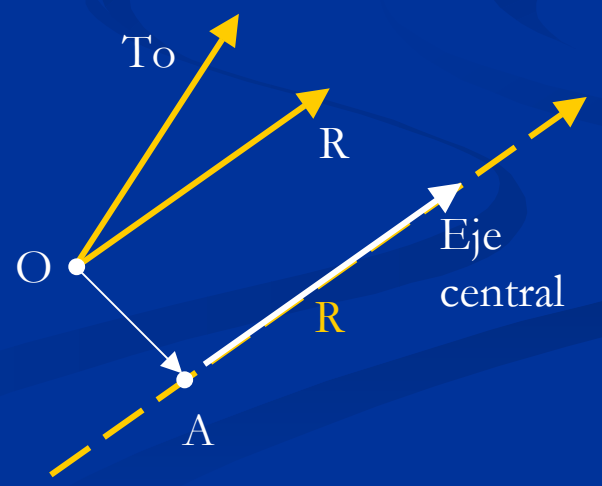
$$\overline{OA} = \frac{\overline{R} \times \overline{T}_o}{R^2} = \left[A_x, A_y, A_z\right]$$ Punto "A" del eje central.

Eje central

Se puede definir la ecuación del eje central mediante:

$$\frac{X - A_x}{R_x} = \frac{Y - A_y}{R_y} = \frac{Z - A_z}{R_z}$$

Eje central



Ejemplo

- La resultante de un sistema fuerza-par en el punto "o" es:

$$\overline{R} = [20 \quad 20 \quad -40]Tn. \;\; ; \;\; \overline{T_O} = [-140 \quad 250 \quad 80]Tn.-m.$$

Obtener la ecuación del eje central.

<u>Solución</u>

R=$\sqrt{2400}$ tn. ; $\overline{OA} = \dfrac{\overline{R} \times \overline{T_o}}{R^2} = [A_x, A_y, A_z]$;

$\overline{R} x \overline{To} = [12000, 4000, 8000]$ $\therefore$ $\overline{OA} := \left[5, \dfrac{5}{3}, \dfrac{10}{3}\right]$

Finalmente la ecuación del eje central es:

$$\frac{X-5}{20} = \frac{Y - 5/3}{20} = \frac{Z - 10/3}{-40}$$