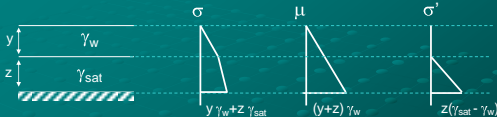
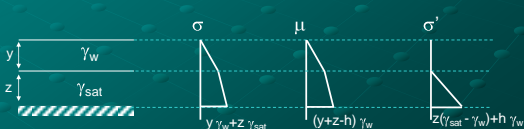


**GRADIENTE HIDRAULICO CRÍTICO:**

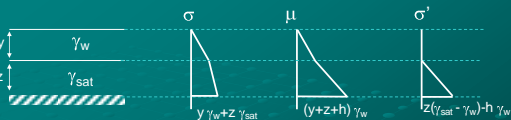
Para la condición hidrostática:



Para flujo vertical descendente:



Para flujo vertical ascendente:



En el flujo vertical ascendente, es cuando se presenta la condición crítica  $\sigma' = 0$ , se dice que el suelo se encuentra en estado de licuefacción.

$$\sigma' = z(\gamma_{sat} - \gamma_w) - h \gamma_w = 0$$

$$\frac{h}{z} = \frac{(\gamma_{sat} - \gamma_w)}{\gamma_w} = i_c$$

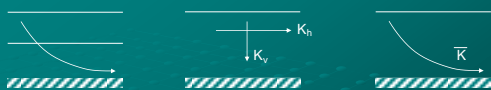
$i_c$  = Gradiente crítico

$$i_c = \frac{Gs - 1}{1 + e}$$



$$FS = \frac{i_c}{i} > 3$$

**FLUJO A TRAVÉS DE SUELOS ANISOTRÓPICOS:**

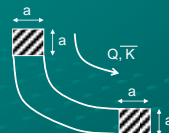


En las secciones señaladas lo que se quiere es:  $Q_v = Q_h$ , aplicando Darcy:

$$F = \sqrt{\frac{K_h}{K_v}}$$

F = Factor de mayoración.

Para trabajar con un solo valor de  $\bar{K}$ , se desea una sección:



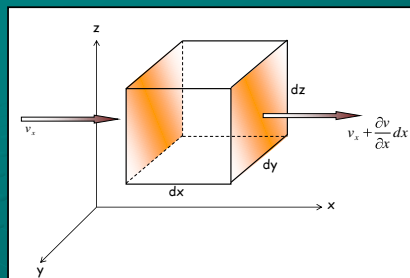
Planteando la Ley de Darcy:

$$Q = \bar{K} \cdot \frac{h}{a} \cdot a$$

Luego igualando Q con  $Q_h$  o  $Q_v$ , queda:

$$\bar{K} = \sqrt{K_h \cdot K_v}$$

**ECUACIONES QUE RIGEN EL FLUJO DE AGUA A TRAVÉS DE LA MASA DE SUELO.**



VELOCIDADES "ENTRADA"

$$: v_x, v_y, v_z$$

VELOCIDADES "SALIENTES"  $\left\{ \begin{array}{l} v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx : x \\ v_y + \frac{\partial v_y}{\partial y} dy : y \\ v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz : z \end{array} \right.$

Q entra = Q sale  $\therefore$  Por continuidad

DARCY  $Q = K \cdot i \cdot A = \text{velocidad} \cdot \text{Área.}$

$$v_x dz dy + v_y dx dz + v_z dy dx = \left( v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x} dx \right) dy dz + \left( v_y + \frac{\partial v_y}{\partial y} dy \right) dx dz + \left( v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz \right) dx dy$$

Sabiendo que: Volumen del elemento diferencial =  $dx dy dz.$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} dx dy dz + \frac{\partial v_y}{\partial y} dy dx dz + \frac{\partial v_z}{\partial z} dz dx dy = 0$$

Simplificando:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots A$$

Velocidad =  $K \cdot i = K \cdot \frac{\partial h}{\partial l}$

$$v_x = K_x \frac{\partial h}{\partial x}; \quad v_y = K_y \frac{\partial h}{\partial y}; \quad v_z = K_z \frac{\partial h}{\partial z}$$

Derivando las 3 componentes de la velocidad para introducirlas en la ecuación (A) tenemos:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) = K_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = \frac{\partial v_x}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = K_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \frac{\partial v_y}{\partial y}$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = K_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

Introduciendo en (A)

$$K_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

Si tuviésemos un suelo isotrópico donde:

$$K_x = K_y = K_z \Rightarrow \bar{K}$$

La ecuación se simplifica a:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \Rightarrow \nabla^2 h \Rightarrow$$

**"Ecuación de Laplace"**, describe el flujo de agua a través de la masa de suelo.

En la mayoría de los casos se puede considerar el flujo como un problema bidimensional.

Ecuación diferencial:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$$

**Ecuación de Laplace:**

- 1.- Solución matemática.
- 2.- Solución gráfica.

(2) Dos familias de curvas perpendiculares entre si.

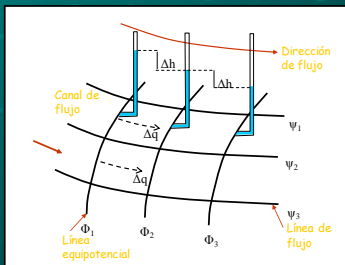
En la región de flujo se dibujan 2 familias de curvas perpendiculares entre si.

Primera familia: Líneas de flujo o líneas de corriente.  $\psi$

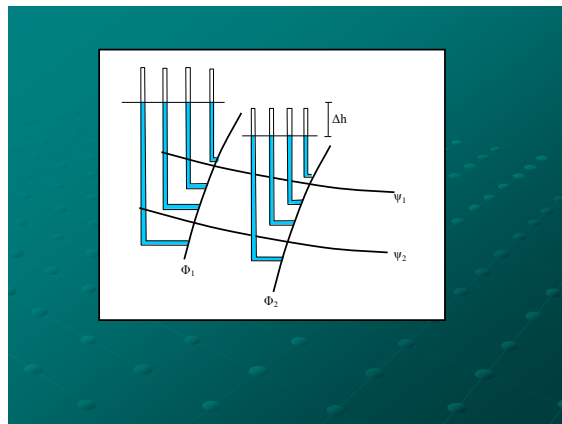
Segunda familia de curvas: Líneas equipotenciales.  $\phi$

Para que esto represente la solución única de la ecuación de Laplace debe cumplirse que:

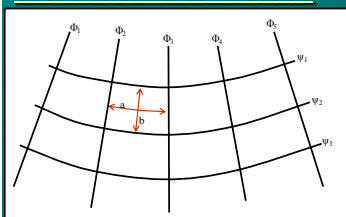
- Entre los canales que se generen por dos líneas de flujo debe circular el mismo caudal.
- Entre las líneas equipotenciales se pierde el mismo potencial hidráulico "h".



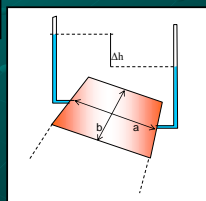
$\Delta h$  = Pérdida de carga.  
 $\Delta q$  = Caudal del infiltración.



**Cálculo del caudal de infiltración:**



$Q_f$  = Caudal que se infiltra en la región considerada.



$$\Delta q = \Delta q_1 = \Delta q_2$$

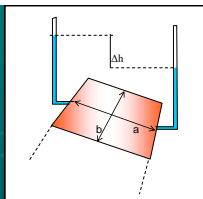
$$\left. \begin{aligned} \Delta q &= \bar{K} i A \\ i &= \frac{\Delta h}{L} \end{aligned} \right\} \Delta q = \bar{K} \frac{\Delta h}{L} A \Rightarrow \therefore h_T \sum \Delta h$$

$h_T$  = Carga hidráulica total que genera el flujo en toda la región.  
 $h_T$  se va perdiendo a medida que el agua circule.

Definimos:  $n_e$ : # de canales equipotenciales.  
 $n_f$ : # de canales de flujo.

$$\left. \begin{aligned} Q_f &= n_f \cdot \Delta q \\ h_T &= n_e \cdot \Delta h \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &n_f, n_e \text{ se conocen una vez} \\ &\text{dibujada la red de flujo.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta q &= \bar{K} \cdot i \cdot A = \bar{K} \cdot \frac{\Delta h}{a} \cdot b \cdot 1 \\ \Delta q &= \bar{K} \cdot \frac{\Delta h}{a} \cdot b = \bar{K} \cdot \frac{h_T}{n_e} \cdot \frac{b}{a} = \frac{Q_f}{n_f} \\ \therefore Q_f &= \bar{K} \cdot h_T \cdot \frac{n_f}{n_e} \cdot \frac{b}{a} \end{aligned}$$



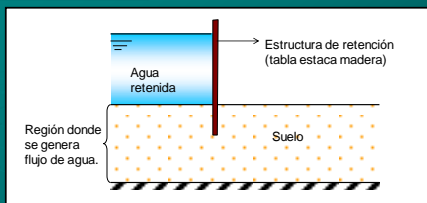
Para simplificar hacemos  $b/a$  igual a 1 que implica dibujar en la sección cuadrados curvilíneos, no rectángulos.

$$\therefore Q_f = \bar{K} \cdot h_T \cdot \frac{n_f}{n_e}$$

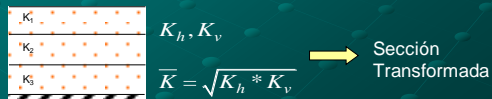
Condiciones para aplicar el método gráfico  
 (solución ecuación de Laplace).

- Dibujar líneas de corriente ( $\psi$ ) perpendiculares a las líneas equipotenciales ( $\phi$ ).
- Entre una línea de corriente y la siguiente se genera un canal de flujo, por donde pasa un caudal " $\Delta q$ ", y es el mismo que circula entre cualquier línea de corriente y la que le sigue.
- Entre cualquier equipotencial y la siguiente, se pierde una carga hidráulica  $\Delta h$ , que es la misma carga hidráulica que se pierde en cualquier canal equipotencial dibujado.
- La región de flujo debe proporcionar un solo valor de permeabilidad; lo que implica trabajar con una sección transformada, donde exista un coeficiente de permeabilidad equivalente.

**Ejemplo de Aplicación:**

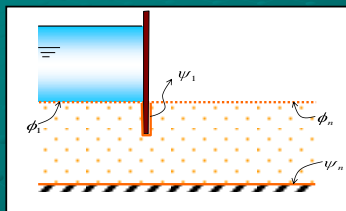


Verificar que en la región donde se genera el flujo tengamos un solo valor de permeabilidad, si esto no ocurre determinar .



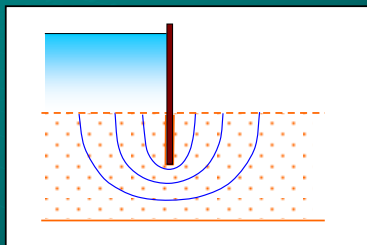
1. Dibujar la región de flujo a escala.

2. Dibujar las líneas de corriente y equipotenciales frontera (primera y última).



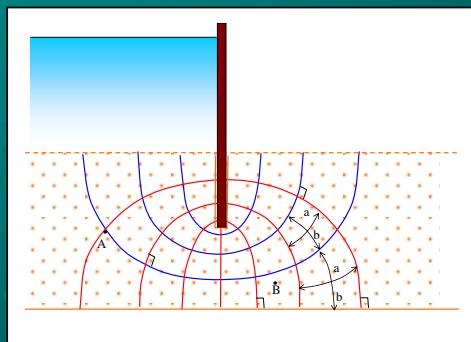
— Frontera entre superficie permeable y superficie impermeable. — Líneas de corriente o de flujo (dirección del flujo).  
 ..... Frontera entre agua y suelo permeable. ..... Líneas equipotenciales (perpendiculares al flujo).

3. Dibujar las líneas de corriente "Son Paralelas entre sí" llevan la dirección del flujo y son perpendiculares a las equipotenciales.



Nota: Se recomienda trabajar con tres a cuatro canales de flujo.

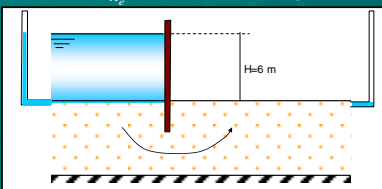
4. Trazar las líneas equipotenciales perpendiculares a las de corriente y formando cuadrados curvilíneos.



**Cálculos a realizar:**

1. Caudal de filtración.

$Q_f = \bar{K} \cdot h_T \cdot \frac{n_f}{n_e}$  : Caudal de agua que se infiltra a través de la región

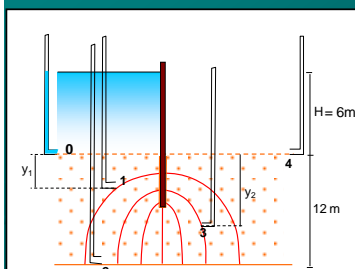


$n_f = 4$   
 $n_e = 8$   
 $h_T = H = 6m$   
 $K = 2 * 10^{-3} \frac{cm}{seg}$

$Q_f = 2 \cdot 10^{-3} \frac{cm}{seg} \cdot 6m \cdot 4/8 \cdot 1m \cdot 10^{-2} \frac{m}{cm}$

$Q_f = 6 \cdot 10^{-5} \frac{m^3}{seg}$

2. Alturas piezométricas en cualquier posición.



$h_{p(0)} = H = 6m$   
 $h_{p(4)} = 0m$   
 $h_{p(1)} = H + y_1 - \Delta h$   
 $h_{p(2)} = H + 12 - \Delta h - \frac{\Delta h}{2}$   
 $h_{p(3)} = H + y_3 - \frac{6}{8} \cdot \Delta h$

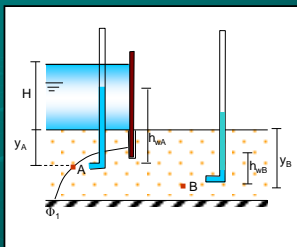
Carga hidráulica (ecuación de Bernoulli)

### 3. Esfuerzo efectivo en A y en B.

Esfuerzo efectivo en A.

$$\begin{aligned}\sigma'_A &= \sigma_A - \mu_A \\ \sigma_A &= H \cdot \gamma_w + y_A \cdot \gamma_{sat} \\ \mu_A &= H + y_A - \Delta h \cdot \gamma_w\end{aligned}$$

$\Delta h$  : Pérdida de carga hidráulica entre  $\phi_1$  y  $\phi_2$ .  
H,  $y_A$ , se miden a escala.



Esfuerzo efectivo en B.

$$\begin{aligned}\sigma'_B &= \sigma_B - \mu_B \\ \sigma_B &= y_B \cdot \gamma_{sat} \quad ; \quad \mu_B = h_{wB} \cdot \gamma_w \\ \mu_A &= H + y_B - \sum n_e \cdot \Delta h \cdot \gamma_w\end{aligned}$$

$\sum n_e$  : Todas las pérdidas de carga generadas hasta "B".

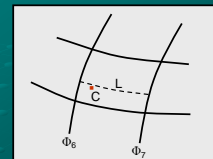
$$\sum n_e = 5.5 \Delta h$$

H,  $y_B$ , se miden a escala.

### 4. Gradiente hidráulico en cualquier punto.

$$\text{En (C)} \quad i = \frac{h}{L}$$

$$i_c = \frac{\Delta h}{L} \rightarrow \Delta h = \frac{h_T}{n_e} = \frac{6}{8} = 0.75 \text{ m}$$



Medir L, sobre una línea de flujo trazada sobre "C"  
Si, L = 3 m:

$$i_c = \frac{0.75 \text{ m}}{3 \text{ m}} = 0.25$$

### 5. Velocidades de descarga y filtración.

Velocidad de descarga:

En (C)  $V_{dc} = K \cdot i \Rightarrow$  Por la ecuación de Darcy.

$$V_{dc} = K \cdot i_c = 2 \cdot 10^{-3} \text{ cm/seg} \cdot 0.25$$

$$V_{dc} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ cm/seg}$$

Velocidad de filtración:

$$V_{fc} = \frac{V_{dc}}{n} = V_{dc} \left( \frac{1+e}{e} \right) \quad ; \quad \gamma_{sat} = \gamma_d + n \cdot \gamma_w$$

$$n = \frac{\gamma_{sat} - \gamma_d}{\gamma_w} \quad ; \quad \text{se conoce } \gamma_d, W_{sat}, \text{ donde: } \gamma_d = \frac{\gamma_{sat}}{1 + W_{sat}}$$

### 6. Gradiente hidráulico de salida y factor de seguridad contra arena movediza.