Mérida, 13 de diciembre de 2012.

2^{do} Parcial Cálculo 20.

1) Resolver las siguientes integrales:

a) $\int \frac{\ln x}{x\sqrt{1-4\ln x-\ln^2 x}}dx$ (3p)

d) $\int \frac{\sqrt{x}}{x\left[\sqrt[3]{x}+1\right]^2}dx$ (3p)

b) $\int x^2 \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)dx$ (3p)

e) $\int \frac{ctg(3x)}{sen^4(3x)}dx$ (3p)

c) $\int \frac{x^2+4x+2}{2x^3+5x^2+4x+1}dx$ (3p)

f) $\int \frac{dx}{\sqrt{\left(4x-x^2\right)^3}}$ (3p)

2) Hallar una función $f(x)$ y un número "a" tal que:

$$6+\int_a^x \frac{f(t)}{t^2}dt = 2\sqrt{x}$$

Para $x > 0$

3) Resolver las siguientes integrales:

a) $\int \frac{dx}{(2x+1)\sqrt{1+x+x^2}}$ (3p)

d) $\int_0^1 \ln(1+x^2)dx$ (3p)

b) $\int_0^3 \frac{x^2dx}{(1+x)^{1/2}}$ (2p)

e) $\int \operatorname{sen}^3(2t)\sqrt{\cos(2t)}\,dt$ (2p)

c) $\int \frac{5-\pi}{x^2-x(\pi+4)+4\pi}dx$ (3p)

f) $\int (e^x+2x)^2dx$ (3p)

4) Calcule el siguiente límite:

$$\lim_{x\to 0}\frac{1}{x^2}\int_x^{2x}\operatorname{sen}(\operatorname{sen}(t))dt$$

Problemas

I) Resuelva las siguientes integrales:

1)	$\int \frac{\sqrt{x}}{x\left[\sqrt[3]{x}+1\right]^2}dx$	13)	$\int x^2 \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)dx$	25)	$\int \frac{1}{e^x+e^{-x}}dx$
2)	$\int_3^4 \frac{1}{x-\sqrt{2x}}dx$	14)	$\int tan^3(x)sec^3(x)dx$	26)	$\int \frac{\sec(x)}{\sec(x)+2\tan(x)-1}dx$
3)	$\int_0^3 \frac{x^2dx}{\sqrt{1+x}}$	15)	$\int \frac{x}{\sqrt{4x-x^2}}dx$	27)	$\int_{-5}^5 \left\|x^2-4\right\|dx$
4)	$\int \ln^2(x)dx$	16)	$\int \arctan\left(\frac{x-1}{x+1}\right)dx$	28)	$\int sen(\ln(x))dx$
5)	$\int \frac{\tan(x)}{\ln(\cos(x))}dx$	17)	$\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x+1}}dx$	29)	$\int \frac{x^2}{1+3x^3+2x^6}dx$
6)	$\int \frac{dx}{\sqrt{2x^2+x}}$	18)	$\int_0^4 (3+\|x-3\|)dx$	30)	$\int \frac{\ln x+\sqrt{x}}{x}dx$
7)	$\int \frac{dx}{\sqrt{\left(4x-x^2\right)^3}}$	19)	$\int \ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)dx$	31)	$\int_1^5 \sqrt{2x}\ln(x^3)dx$
8)	$\int \frac{2x^2-4x+12}{x^3-5x^2+17x-13}dx$	20)	$\int \ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)dx$	32)	$\int_0^3 \frac{x^2dx}{\sqrt{1+x}}$
9)	$\int \frac{dx}{\sqrt{\left(4x-x^2\right)^3}}$	21)	$\int \frac{2+x^2}{1+x^3}dx$	33)	$\int \frac{\sqrt{x}}{x\sqrt[3]{x}-x}dx$
10)	$\int \frac{\text{sen}(x)+\cos(x)}{\tan(x)}dx$	22)	$\int \frac{(3x+2)}{x(x+2)^2-16x}dx$	34)	$\int \frac{ctg(3x)}{sen^4(3x)}dx$
11)	$\int_3^4 \frac{1}{x-\sqrt{2x}}dx$	23)	$\int (\ln(x))^3dx$	35)	$\int \ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)dx$
12)	$\int_{-13}^{13} \frac{x^3}{(1+x^2)^4}dx$	24)	$\int_0^{\sqrt{\frac{\pi}{2}}} x\cos^3(x^2)sen^2(x^2)dx$	36)	$\int \frac{3x+2}{x(x+2)^2+16x}dx$

Esta es una guía de la utilización del Teorema Fundamental del Cálculo y de otras propiedades.

Problemas:

1. Suponga que la función f es par y que g es impar, además de que: $\int_0^1 f(x)dx = 3$, $\int_2^3 f(x)dx = -5$, $\int_0^3 f(x)dx = 10$ y $\int_0^2 g(x)dx = 15$ encuentre:

   (a) $\int_1^2 f(x)dx$ (b) $\int_0^2 2f(x)dx$ (c) $\int_0^2 [f(x)+g(x)]dx$

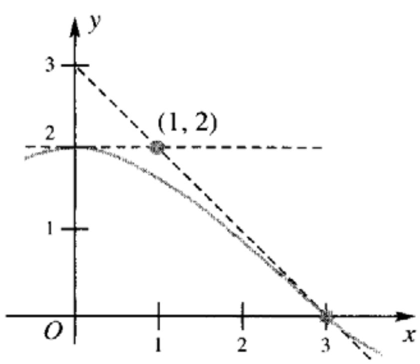
   (d) $\int_{-1}^1 f(x)dx$ (e) $\int_{-2}^0 g(x)dx$

2. Dada

$$f(x) = \int_0^{1-\cos(x)} e^{sen(t)}dt$$

   Calcular $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x^2}$.

3. Sea $f(x)$ una función que tiene segunda derivada continua como se muestra en la figura.



   diga, si es posible, si las siguientes integrales son positivas, negativas o cero.

   a) $\int_0^3 f(x)dx$

   b) $\int_0^3 f'(x)dx$

   c) $\int_0^3 f''(x)dx$

4. Si $\int_0^1 \mathrm{g(x)dx} = 4$ y $\int_0^2 \mathrm{g(x)dx} = 2$, evalué las siguientes integrales

   a) $\int_1^2 g(x)dx$ b) $\int_0^{-2} g(-x)dx$

   c) $\int_1^0 g(x)dx$

5. Sean $f(x)$ una función impar y $g(x)$ una función par además supóngase que:
$\int_0^1 |f(x)|dx = \int_0^1 g(x)dx = 3$. Encuentra cada una de las siguientes integrales y explique su resultado:

a) $\int_{-1}^{1} f(x)dx$ b) $\int_{-1}^{1} g(x)dx$

c) $\int_{-1}^{1} |f(x)|dx$ d) $\int_{-1}^{1} xg(x)dx$

6. Sea $G(x) = \int_{-x^2}^{x} \frac{t^2}{1+t^2}dt$, Hallar *G'(x)*

7. Sea $f(x) = \begin{cases} 3x & si \quad 0 \le x \le 1 \\ 2(x-1)+2 & si \quad 1 < x \le 2 \end{cases}$; Hallar $\int_0^1 f(x)dx$

8. Encuentre las siguientes integrales:

(a) $\int_0^4 f''(x)dx$ (b) $\int_0^4 f'(x)dx$

Si se sabe que la grafica de la función *f*, pasa por los puntos P(0,2) y Q(4,1), tiene un máximo en $x = 0$, la recta tangente en $x = 4$ pasa por el origen, y tiene segunda derivada continua.

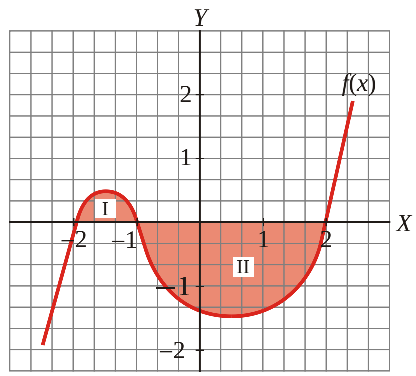
9. Encuentre $G'(x)$ si se tiene que

$$G(x) = \frac{1}{x}\int_0^x f(t)dt$$

10. Hallar $f(x)$ tal que :

$$\int_1^x \sqrt{1+f^2(t)}dt = x^2 - 1$$

11. Dada la gráfica de la función *f (x):*



Sabiendo que el área en la región I, es 2 y que el área en la región II es 19/2, calcular:

$$\int_{-2}^{2} f(x)dx$$

12. Diga si las afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique su respuesta.

a. $\int [f(x)g'(x) + f'(x)g(x)]dx = f(x)g(x) + C$.

b. Si $\int_{a}^{b} f(x)dx = 0$, entonces *f*(*x*)=0 para toda *x* en [*a*,*b*]

c. $\frac{d}{dx}\left[\int_{0}^{x^2} \frac{1}{1+t^2}dt\right] = \frac{1}{1+x^4}$

d. $\int_{1}^{5} \sin^2(x)dx = \int_{1}^{7} \sin^2(x)dx + \int_{7}^{5} \sin^2(x)dx$

e. $\frac{d}{dx}\left[\int_{1}^{\pi/2} \sin^2(x)\arctan(x)dx\right] = \sin^2(\frac{\pi}{2})\arctan(\frac{\pi}{2})$

f. Si *F(x)* es una antiderivada de *f(x)*, entonces *F(2x+1)* será una antiderivada de *f(2x+1).*

g. $\int_{-99}^{99} (ax^3 + bx^2 + cx)dx = 2\int_{0}^{99} bx^2 dx$.

h. Si F(x) es una antiderivada de f(x), entonces F(5x) será una antiderivada de f(5x).

i. $\int_{0}^{2\pi} |\text{sen}(x)|dx = \int_{0}^{2\pi} |\cos(x)|dx$.

j. Si *F(x)* es una antiderivada de *f(x)*, entonces $\int f^2(t)dt = \frac{1}{3}F^3(x) + c$

13. Encuentre *f(x)* si $\int_0^{x^2} f(x)dx = \frac{x^3}{3}$

14. Hallar $f'(x)$ tal que : $\int_0^x tf(t)dt = \operatorname{sen}(x) - x\cos(x)$.

15. Suponga que : $f(x) = f(-x);\ f(x) \leq 0\ y \int_0^2 f(x)dx$. Cálcular $\int_{-2}^2 |f(x)|dx$.

16. Calcular el siguiente limite: $\lim_{x \to 0} \frac{f(x)}{x}$ con $f(x) = \int_0^x \frac{1+t}{2+t}dt$.

17. hallar la concavidad de la siguiente función $f(x) = \int_0^x \frac{t}{\sqrt{9+t^2}}dt$.