

Trabajo práctico n° 4: APLICACIONES DE LA DERIVADA

Ejercicio 1:

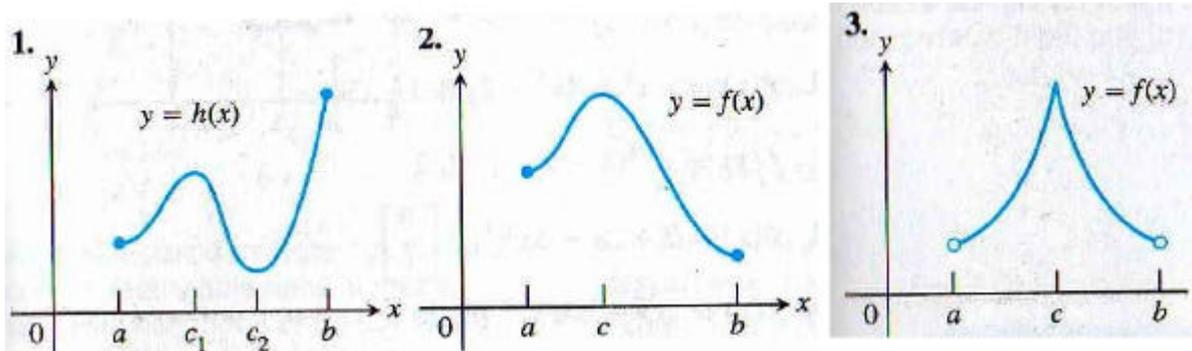
Identifique los intervalos del dominio en los que la función es creciente, decreciente, cóncava hacia arriba y hacia abajo. Esboce la gráfica.

Parte A (a) $y = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + \frac{1}{3}$; (b) $y = \frac{x^3}{3x^2 + 1}$

Parte B: (a) $y = 4 - x^2$; (b) $g(x) = -3x^{2/3}$

Ejercicio 2:

Determina a partir de la gráfica si la función tiene algún valor extremo absoluto en $[a, b]$. Después explica como tu respuesta es consistente con el teorema 1.-



Ejercicio 3:

Halla los valores máximo y mínimo absolutos de cada función en el intervalo dado. Después dibuja la gráfica de la función. Identifica los puntos de la gráfica donde están los valores extremos absolutos e incluye sus coordenadas.

Parte A: (a) $f(x) = \frac{2}{3}x - 5$; $-2 \leq x \leq 3$; (b) $g(x) = \sqrt{4 - x^2}$; $-2 \leq x \leq 1$

Parte B: (a) $f(t) = |t - 5|$, $4 \leq t \leq 7$; (b) $g(x) = \operatorname{cosec} x$, $\frac{p}{3} \leq x \leq \frac{2p}{3}$

Ejercicio 4:

Halla los valores de cualquier máximo y mínimo locales que las funciones tengan en los dominios dados, e indica en qué puntos se alcanzan. ¿Cuáles valores extremos, si los hay, son absolutos para el dominio dado?

Parte A: (a) $f(x) = x^2 - 4$, $-2 \leq x \leq 2$; (b) $g(x) = x^2 - 4$, $-2 \leq x < \infty$; (c) $h(x) = x^2 - 4$; $-2 < x < 2$

Parte B: (a) $f(x) = 2 - 2x^2$, $-1 \leq x \leq 1$; (b) $g(x) = 2 - 2x^2$, $-\infty < x < 0$; (c) $h(x) = 2 - 2x^2$; $-1 < x < 1$

Ejercicio 5:

Contesta las siguientes preguntas acerca de las funciones cuyas derivadas son las dadas en los siguientes ejemplos: (a) ¿Cuáles son los puntos críticos de f ? ; (b) ¿En qué intervalos crece o decrece f ? ; (c) ¿En qué puntos, si existen, alcanza f sus valores máximos o mínimos locales?

Parte A: (1) $f'(x) = x(x-1)$; (2) $f'(x) = (x-1)^2(x+2)$

Parte B: (1) $f'(x) = x^{-1/2}(x-3)$; (2) $f'(x) = (x-1)^2(x+2)^2$

Ejercicio 6:

En los ejemplos siguientes: (1°) halla los intervalos en los cuales la función crece o decrece; (2°) identifica los valores extremos locales de la función, si existen, indicando dónde se alcanzan ; (3°) si es el caso, indica cuáles de los valores extremos son absolutos.

Parte A: (a) $g(t) = -3t^2 + 9t + 5$; (b) $g(x) = x\sqrt{8-x^2}$; (c) $f(q) = 6q - q^3$

Parte B: (a) $f(x) = \frac{x^2-3}{x-2}$; (b) $g(x) = x^2\sqrt{5-x}$; (c) $(t) = \frac{3}{2}t^4 - t^6$

Ejercicio 7:

Hallar los máximos y mínimos de las funciones siguientes, aplicando el criterio de la segunda derivada. Determinar, asimismo, los puntos de inflexión y los intervalos en los que la curva es cóncava hacia arriba o hacia abajo

Parte A: (a) $f(x) = x^2 + 2x - 3$; (b) $f(x) = 3 + 2x - x^2$; (c) $f(x) = x^3 + 2x^2 - 4x - 8$

Parte B: (a) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 8$; (b) $f(x) = (x^2 - 4)^2$; (c) $f(x) = (2-x)^3$

Ejercicio 8:

Parte A: Hallar dos números cuya suma sea 120 y de forma que el producto P de uno de ellos por el cuadrado del otro sea máximo.

Parte B: El área de una superficie rectangular es de 18 m². Sabiendo que en su interior hay otra de forma que los márgenes superior e inferior son de $\frac{3}{4}$ m y que los márgenes laterales son de $\frac{1}{2}$ m, hallar las dimensiones de la superficie exterior para que el área comprendida entre los márgenes sea máxima.-

Ejercicio 9:

Parte A: En un instante determinado, un barco B se encuentra a 65 millas al este de otro barco A . El barco B empieza a navegar hacia el oeste con una velocidad de 10 millas hora, mientras que el A lo hace hacia el sur con una velocidad de 15 millas/h. Sabiendo que las rutas iniciadas no se modifican, calcular el tiempo que transcurrirá hasta que la distancia que los separe sea mínima y hallar dicha distancia.

Parte B: Se quiere construir un recipiente cilíndrico metálico de base circular y de 64 centímetros cúbicos de volumen. Hallar las dimensiones que debe tener para que la cantidad de metal (área total) sea mínima, en el caso en que (a) el recipiente sea abierto y (b) sea cerrado.