SERIES NUMÉRICAS

- $$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a} = 1, \quad a \geq 0$$
- $$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{n} = 1$$
- $$\lim_{n\to\infty} |x|^n = 1, \text{ si } |x| < 1$$
- $$\lim_{n\to\infty} \frac{b^n}{n!} = 0$$
- Si $\sum a_k$ es convergente, entonces
$$\lim_{k\to\infty} a_k = 0$$
- (**Serie geométrica**) Si $|r| < 1$,
$$\text{entonces } \sum_{n=0}^{\infty} c\, r^n = \frac{c}{1-r}$$
- Sea $c > 0$ y $0 \leq b_k \leq c\, a_k, \forall k \geq K$,
  [i] Si $\sum a_k$ converge, entonces $\sum b_k$ converge
  [ii] Si $\sum b_k$ diverge, entonces $\sum a_k$ diverge
- La $p-$**serie de Dirichlet**
$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^p},$$
  [i] converge si $p > 1$
  [ii] diverge si $0 \leq p \leq 1$
- (**Serie telescópica**) Sea $a_k = b_{k+1} - b_k$
$$\text{La serie } \sum_{k=1}^{\infty} a_k$$
  [i] Converge, si $\{b_k\}$ converge
  [ii] Diverge, si $\{b_k\}$ diverge
- Sean $a_k \geq 0$ y $b_k > 0$ y suponga que
$$\lim_{k\to\infty} \frac{a_k}{b_k} = L,$$
  [i] Si $0 < L < \infty$, entonces las series $\sum a_k$ y $\sum b_k$ ambas convergen o ambas divergen
  [ii] Si $L = 0$ y $\sum b_k$ converge, entonces $\sum a_k$ converge
  [iii] Si $L = \infty$ y $\sum b_k$ diverge, entonces $\sum a_k$ diverge
- (**Criterio de Cauchy**)
$$\text{Sea } a_k > 0 \text{ y } \lim_{k\to\infty} \sqrt[k]{a_k} = L,$$
  [i] $L < 1 \Rightarrow \sum a_k$ converge
  [ii] $L > 1 \Rightarrow \sum a_k$ diverge
  [iii] Si $L = 1$ no da información
- (**Criterio de D'Alembert**)
$$\text{Sea } a_k > 0 \text{ y } \lim_{k\to\infty} \frac{a_{k+1}}{a_k} = L,$$
  [i] $L < 1 \Rightarrow \sum a_k$ converge
  [ii] $L > 1 \Rightarrow \sum a_k$ diverge
  [iii] Si $L = 1$, no da información
- (**Criterio de Pringsheim**) Suponga
$$\lim_{k\to\infty} k^p a_k = L,$$
  [i] Si $p > 1$ y $L < \infty$, entonces $\sum a_k$ converge
  [i] Si $p \leq 1$ y $L > 0$ o $L = \infty$, entonces $\sum a_k$ diverge
- (**Criterio de Raabe**) Suponga que
$$\lim_{k\to\infty} k\left(1 - \frac{a_{k+1}}{a_k}\right) = L,$$
  [i] $L > 1 \Rightarrow \sum a_k$ converge
  [ii] $L < 1 \Rightarrow \sum a_k$ diverge
  [iii] Si $L = 1$, no da información
- (**Criterio de Leibnitz** para series alternadas)
$$\text{Si } a_{k+1} \leq a_k \text{ y } \lim_{k\to\infty} a_k = 0,$$
$$\text{entonces } \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k a_k \text{ converge}$$

Universidad de Los Andes, Escuela Básica de Ingeniería. e-mail: rrra@ula.ve; rrra92@gmail.com; http://webdelprofesor.ula.ve/ingenieria/rrra/.