

Ejercicios:

Resuelva las siguientes ecuaciones y obtenga la solución singular en cada caso, cuando sea posible:

1. $y = xy' + 1 - \text{Ln}(y')$

Rpta: $\begin{cases} y = cx + 1 - \text{Ln}(c) & ;\text{Sol. General} \\ y = 2 + \text{Ln}(x) & ;\text{Sol. singular} \end{cases}$

2. $2y'x - y + \text{Ln}(y'/4) = 0$

Rpta: $\begin{cases} x = (c - p)/p^2 \\ y = 2((c - p)/p) + \text{Ln}(p/4) \end{cases}$

3. $y - x + y'(y' - x) = 0$

Rpta: $\left\{ \right.$

4. $y\sqrt{1+(y')^2} = y'(x + \sqrt{1+(y')^2})$

Rpta: $\begin{cases} y = xc + \frac{c}{\sqrt{1+c^2}} & ;\text{sol. general} \\ x = -1/(1+c^2)^{3/2} & ;\text{sol. singular} \\ y = c^3/(1+c^2)^{3/2} \end{cases}$

5. $y = (x + 4)y' + (y')^2$

Rpta: $\begin{cases} y = (x + 4)c + c^2 & ;\text{sol. general} \\ 4y = -(x + 4)^2 & ;\text{sol singular} \end{cases}$

6. $y(y')^2 + (2x - 1)y' = y$

Rpta:

7. $y = xp + \sqrt{1-p^2} - p\text{ArcCos}(p) ; y' = p$ Rpta: $\begin{cases} y = xc + \sqrt{1-c^2} - c\text{ArcCos}(p) & ;\text{sol general} \\ y = |\text{sen}(x)| & ;\text{sol. singular} \end{cases}$

8. $y + x(y')^2 - (y')^2 = 1$

Rpta: $\begin{cases} y = 1 + (c - \sqrt{1-x})^2 & ;y = 1 \end{cases}$

9. $e^{y-px} = p^2 ; y' = p$

Rpta: $\begin{cases} e^{y-cx} = c^2 & ;\text{sol general} \\ -x^2e^{y+2} = 0 & ;\text{sol singular} \end{cases}$

10. $y = xy' + y'\text{Ln}(y')$

Rpta: $\begin{cases} y = cx + c\text{Ln}(c) & ;\text{sol. general} \\ y = -e^{-(x+1)} & ;\text{sol singular} \end{cases}$

A. ECUACIONES DIFERENCIALES DE 2do ORDEN REDUCIBLES A 1er ORDEN:

1. $xy'' - y' = x^2e^x$

Rpta: $y = e^x(x - 1) + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2$

$$2. \quad yy'' - y' + y^3 = 0$$

$$\text{Rpta: } C_2 y^{C_1} = e^{y-x}$$

$$3. \quad y'' + (y')^2 - 2e^y y' = 0$$

$$\text{Rpta: } e^y = C_1 \text{Tg}(C_1 x + C_2)$$

$$4. \quad x^2 y'' + (y')^2 - 2xy' = 0$$

$$\text{Rpta: } y = \frac{x^2}{2} + \frac{x}{C_1} + \frac{1}{C_2^2} \text{Ln}(C_1 x - 1) + C_2$$

$$5. \quad y'' + (y')^2 + 1 = 0$$

$$\text{Rpta: } y = \text{Ln}(\text{Cos}(C_1 - x) + C_2)$$

$$6. \quad xy'' = y' + (y')^3$$

$$\text{Rpta: } y = \frac{-1}{C_1} (1 - C_1^2 x^2)^{1/2} + C_2$$

$$7. \quad xy'' - y' = 0$$

$$\text{Rpta: } y = C_1 + C_2 x^2$$

$$8. \quad y'' + 2y(y')^3 = 0$$

$$\text{Rpta: } 1/3(y^3) - C_1 y = x + C_2$$

$$9. \quad (1 + x^2)y'' + xy' + ax = 0$$

$$\text{Rpta: } y = -ax + C_1 \text{Ln}(x + \sqrt{1 + x^2}) + C_2$$

$$10. \quad 2y'' = (y')^2 + 1$$

$$\text{Rpta: } y = -2 \text{Ln} \left| \text{Cos} \left(\frac{x}{2} + C_1 \right) \right| + C_2$$

Resolver las siguientes Ecuaciones Diferenciales Homogéneas:

$$1. \quad 2y'' - 5y' - 3y = 0$$

$$\text{Rpta: } y = C_1 e^{-x/2} + C_2 e^{3x}$$

$$2. \quad y'' + 10y' + 25y = 0$$

$$\text{Rpta: } y = C_1 e^{5x} + C_2 e^{5x} x$$

$$3. \quad y'' + y' + y = 0$$

$$\text{Rpta: } y = e^{-x/2}$$

$$\left[C_1 \text{Cos} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} x \right) + C_2 \text{Sen} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} x \right) \right]$$

$$4. \quad y''' - y'' - 4y' + 4y = 0$$

$$\text{Rpta: } y = C_1 e^x + C_2 e^{2x} + C_3 e^{-2x}$$

$$5. \quad y_{2x}'''' + 3y'' - 4y = 0$$

$$\text{Rpta: } y = C_1 e^x + C_2 e^{-2x} + C_3 x e^{-x}$$

$$6. \quad 3y'''' - 19y'' + 36y' - 10y = 0$$

$$\text{Rpta: } y = C_1 e^{x/3} + e^{3x} (C_2 \text{Cos}(x) + C_3 \text{Sen}(x))$$

$$7. \quad y^{IV} + 2y'' + y = 0$$

$$\text{Rpta: } y = C_1 \text{Cos}(x) + C_2 \text{Sen}(x) + C_3 x \text{Cos}(x) + C_4 x \text{Sen}(x)$$

8. $y'''' + y = 0$

Rpta:

9. $y'''' - 5y'' + 3y' + 9y = 0$

Rpta: $y = C_1e^{-x} + C_2e^{3x} + C_3xe^{3x}$

10. $y'''' - 2y'' + 2y' = 0$

Rpta: $y = C_1 + e^x(C_2\text{Cos}(x) + C_3\text{Sen}(x))$

Resolver, utilizando el método de los coeficientes indeterminados para las siguientes ecuaciones Diferenciales NO HOMOGÉNEAS:

1. $y'' - 8y' + 7y = 14$

Rpta: $y = C_1e^x + C_2e^{7x} + 2$

2. $y'' + 3y' + 2y = 4x^2$
 $6x + 7$

Rpta: $y = C_1e^{-x} + C_2e^{-2x} + 2x^2 -$

3. $y'' - y' + y = x^3 + 6$
 $x^3 + 3x^2$

Rpta: $y = e^{x/2} \left[C_1 \text{Cos} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} x \right) + C_2 \text{Sen} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} x \right) \right] +$

4. $y'' - 4y' + 4y = 4(x - 1)$

Rpta: $y = e^{2x}(C_1x + C_2) + x - 2$

5. $y'' + 2y' + 2y = 2(x + 1)^2$
 $+ x^2$

Rpta: $y = e^{-x}(C_1\text{Cos}(x) + C_2\text{Sen}(x))$

6. $y'''' - 3y'' + 3y' - y = (2 + x)(2 - x)$
 $6x + 8$

Rpta: $y = (C_1 + C_2x + C_3x^2)e^x + x^2 +$

7. $y^{IV} - 2y'' + y = x^2 - 5$
 $x^2 - 1$

Rpta: $y = (C_1 + C_2x)e^x + (C_3 + C_4x)e^{-x} +$

8. $(D^3 - 4D)y = x$

Rpta: $y = C_1 + C_2e^{2x} + C_3e^{-2x} - x^2/8$

9. $(D^3 + D^2)y = x^2 - x + 2$
 $\frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{2}x^3 + \frac{5}{2}x^2$

Rpta: $y = C_1 + C_2x + C_3e^{-x} +$

10. $y'' + 2y' + y = e^{2x}$

Rpta: $y = (C_1 + C_2x)e^{-x} + e^{2x}/9$

Resolver, utilizando el método de variación de Parámetros, las siguientes ecuaciones diferenciales lineales NO HOMOGÉNEAS:

1. $y'' + y = \text{Sec}(x)$

Rpta: $y = (C_1 + \text{Ln}|\text{Cos}(x)|)\text{Cos}(x) + (C_2 + x)\text{Sen}(x)$

2. $y'' + 2y' + y = e^{-x}\text{Ln}(x)$ Rpta: $y = (C_1 + C_2x)e^{-x} + \frac{1}{4}x^2e^{-x}(2\text{Ln}(x - 3))$
3. $4y'' + 36y = \text{Cosc}(3x)$ Rpta: $y = k_1\text{Cos}(3x) + k_2\text{Sen}(3x) - \frac{1}{12}x\text{Cos}(3x) + \frac{1}{36}\text{Sen}(3x)\text{Ln}|\text{Sen}(x)|$
4. $y'' + 4y = 4\text{Sec}^2(2x)$ Rpta: $y = C_1\text{Cos}(2x) + C_2\text{Sen}(2x) - 1 + \text{Sen}(2x)^* \text{Ln}|\text{Sec}(2x) + \text{Tg}(2x)|$
5. $y'' - 2y' + y = e^x/x$ Rpta: $y = (C_1 + C_2x)e^x + xe^x\text{Ln}(x)$
6. $y'' - y = \text{Tgh}(x)$ Rpta: $y = C_1e^x + C_2e^{-x} + (e^x + e^{-x})\text{Arctg}(e^x)$
7. $y'' + 2y' + y = e^{-x}/x$ Rpta: $y = (C_1 + C_2x)e^{-x} + xe^{-x}\text{Ln}(x)$
8. $y'' + 3y' + 2y = 1/(1 + e^x)$ Rpta: $y = C_1e^{-x} + C_2e^{-2x} + (e^{-x} + e^{-2x}) + x\text{Ln}|1 + e^x|$
9. $y'' + y = \text{Sec}^2(x)$ Rpta: $y = C_1\text{Cos}(x) + C_2\text{Sen}(x) - 1 + \text{Sen}(x)^* \text{Ln}|\text{Sec}(x) + \text{Tg}(x)|$
10. $y'' - 2y' + y = e^x/(1 + x^2)$ Rpta: $y = C_1e^x + C_2xe^x + \frac{1}{2}e^x\text{Ln}(1 + x^2) + xe^x\text{Arctg}(x)$

Resuelva las siguientes Ecuaciones Diferenciales:

1. $x^2y'' + xy' + 4y = 0$ Rpta: $y = C_1x + C_2x^{-1}$
2. $x^2y'' + xy' + 4y = 0$ Rpta: $y = C_1\text{Cos}(2\text{Ln}(x)) + C_2\text{Sen}(2\text{Ln}(x))$
3. $x^3y'''' + 5x^2y'' + 7xy' + 8y = 0$ Rpta: $y = C_1x^{-2} + C_2\text{Cos}(2\text{Ln}(x)) + C_3\text{Sen}(2\text{Ln}(x))$
4. $x^3y'''' + 3x^2y'' - 2xy' + 2y = 0$ Rpta: $y = C_1x + C_2x\text{Ln}(x) + C_3/x^2$
5. $y'''' + \frac{4}{x}y''' + \frac{3}{x^2}y'' + \frac{y}{x^3} = 0$ Rpta: $y = C_1x^{-1} + C_2\text{Cos}(\text{Ln}(x)) + C_3\text{Sen}(\text{Ln}(x))$
6. $2x^2y'' + 5xy' + y = x^2 - x$ Rpta: $y = C_1x^{-1/2} + C_2x^{-1} + \frac{1}{15}x^2 - \frac{1}{6}x$
7. $x^2y'' - xy' + y = 2x$ Rpta: $y = C_1x + C_2x\text{Ln}(x) + x(\text{Ln}(x))^2$
8. $x^2y'' - 2xy' + 2y = x^3\text{Ln}(x)$ Rpta: $y = C_1x + C_2x^2 + \left(\frac{1}{2}\text{Ln}(x) - \frac{3}{4}\right)x^3$

9. $x^2y'' + 9xy' - 20y = 5/x^3$

Rpta: $y = C_1x^2 + C_2x^{-10} - x^{-3}/7$

10. $x^3y'''' - 3x^2y'' + 6xy' - 6y = 3 + \ln(x^3)$

Rpta:

11. $(1+x)^2y'' - 3(1+x)y' + 4y = (1+x)^3$

Rpta: $y = (x+1)^2[C_1 + C_2\ln(x+1)] + (x+1)^3$