Ingeniería de Sistemas
Investigación de Operaciones

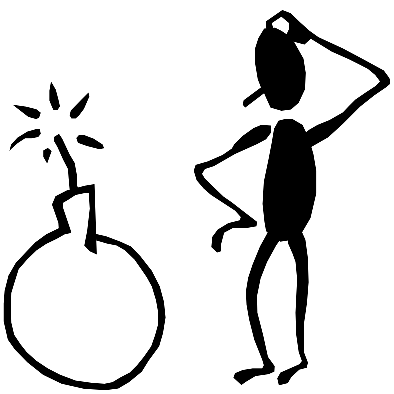
Prof. Pérez Rivas Lisbeth Carolina

Investigación de Operaciones

- Es una rama de las Matemáticas consistente en el uso de modelos matemáticos, estadística y algoritmos con objeto de realizar un proceso de toma de decisiones.

Investigación de Operaciones

Problema



Modelo matemático

Estadística, matemática, algoritmos

Decisión

Éxito o fracaso

Objetivo

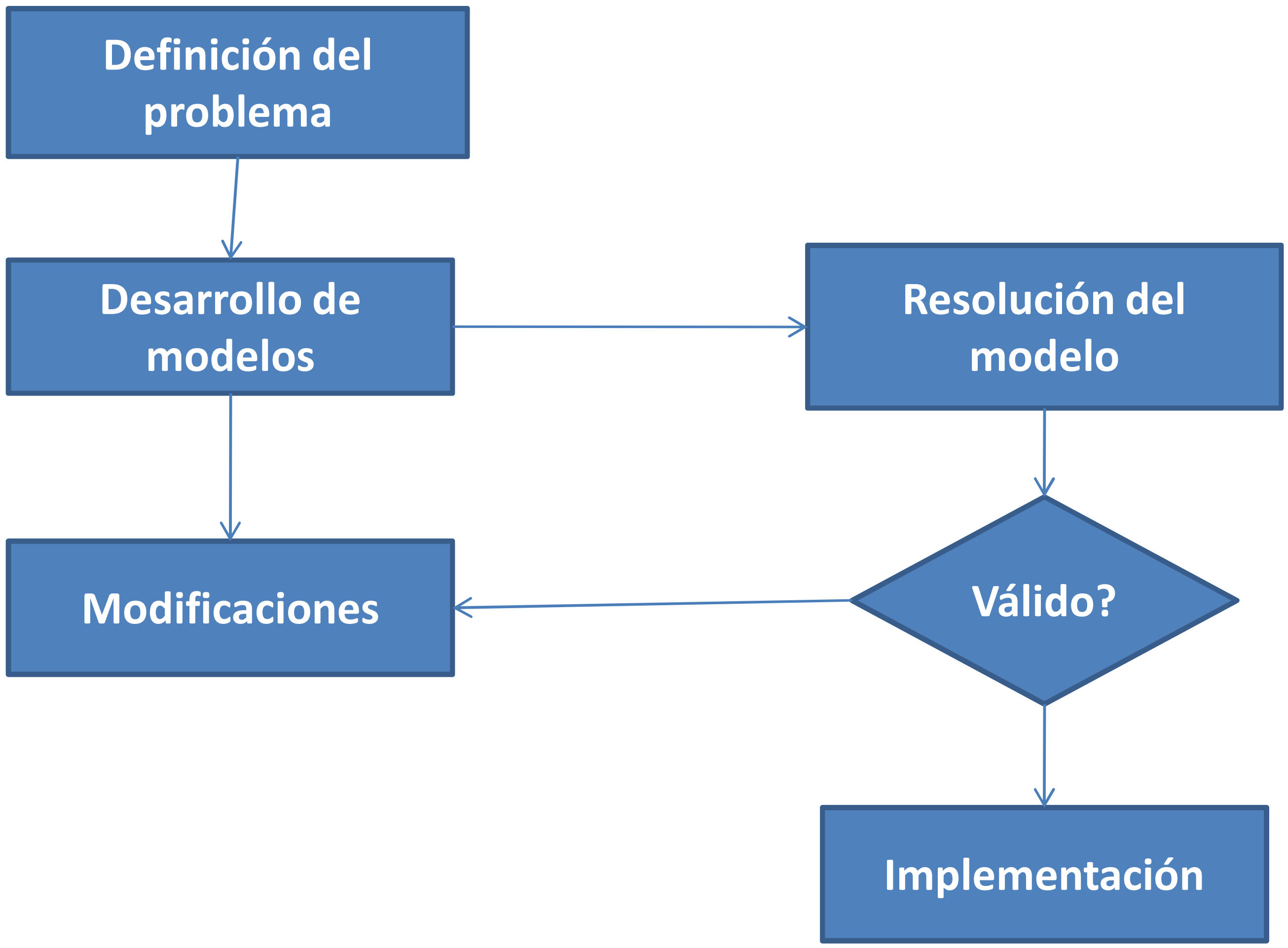
- Encontrar la solución óptima para un determinado problema.

- Realmente importa una solución óptima?
    - Cuales son las alternativas
    - Restricciones
    - Criterio objetivo

Aplicaciones

- Planificación de proyectos.
- Optimización de redes.
- Rutas
- Cadenas de producción
- Optimización de costos

Metodología de la I.O.



Modelos

- Determinísticos: Libre de riesgos
  - Análisis microeconómico
  - Cálculos matemáticos

- Estocásticos: Incertidumbre
  - Tráfico
  - Transporte

Investigación de operaciones
Técnicas

- Programación Lineal
- Programación entera
- Programación no lineal

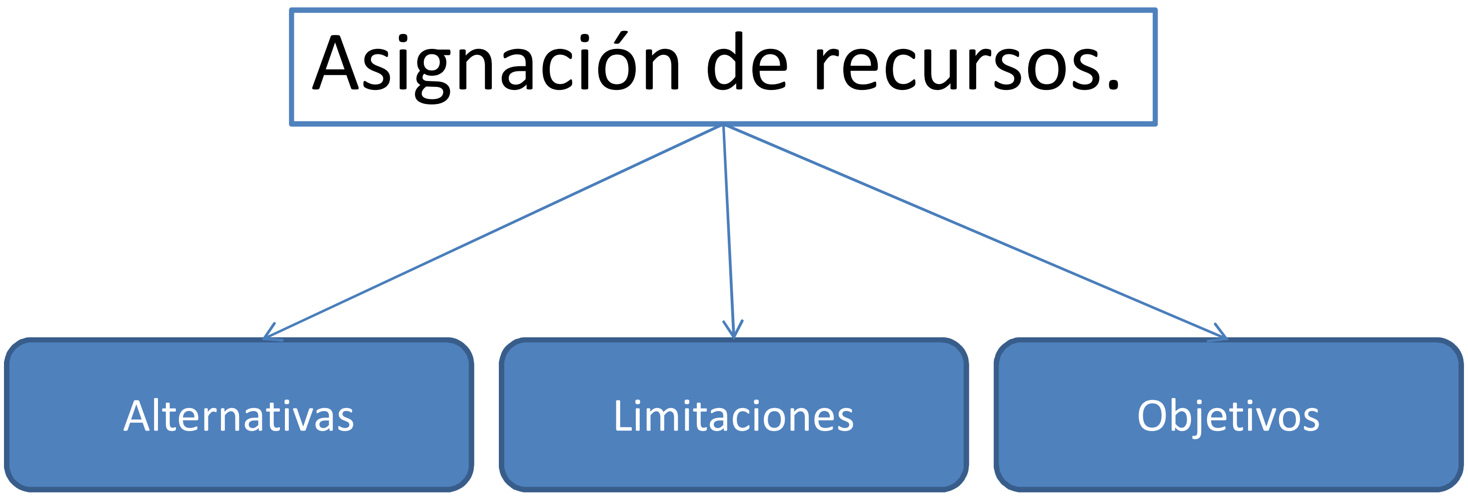
Modelos deterministas

Investigación de operaciones
Técnicas

- Teoría de juegos
- Teoría de colas
- Cadenas de Markov

Modelos estocásticos

Programación Lineal



El viajero

- Imagine que tiene un compromiso de negocios por cinco semanas entre Caracas y Ciudad Bolívar. Vuela hacia CCS el lunes y regresa el miércoles. El viaje ida-vuelta cuesta 600bsF, pero se ofrece 20% de descuento si las fechas abarcan un fin de semana. Un boleto solo ida cuesta 75% del precio normal.

- COMO COMPRAR LOS BOLETOS PARA LAS 5 SEMANAS?

El viajero

- Alternativas
- Restricciones
- Criterio objetivo

El viajero

- Alternativas:

- Cinco boletos ida-vuelta CCS-CB-CCS saliendo lunes y regresando miércoles

- Uno CCS-CB para el lunes, cuatro CB-CCS-CB para el miércoles y lunes. Y el último CB-CCS para el retorno final.

- Uno CCS-CB-CCS saliendo el primer lunes y retorno el último miércoles, cuatro CB-CCS-CCB para los viajes intermedios.

El viajero

- Restricciones:

  Saliendo de CCS el lunes y regresando el miércoles

El viajero

- Criterio objetivo.
  - Gastar la menor cantidad de dinero posible

CUAL OPCION ESCOGER?

Mesas y sillas

Supongamos que se dispone de determinadas piezas para la elaboración de dos productos finales. Se dispone de 8 “piezas pequeñas” y 6 “piezas grandes”, que son utilizadas para elaborar sillas (usando 2 piezas pequeñas y 1 pieza grande) y mesas (usando 2 piezas de cada tipo).

Interesa decidir cuántas sillas y mesas fabricar de modo de obtener la máxima ganancia, dado un beneficio neto de 100 BsF por cada silla y de 120 BsF por cada mesa fabricada.

Mesas y Sillas

Posibles soluciones factibles a considerar, esto es soluciones que respetan las restricciones del número de piezas disponibles, son por ejemplo, fabricar:

- 4 sillas, que reportan una utilidad de 400
- 1 sillas y 2 mesas , utilidad de 340
- 3 mesas, utilidad de 360
- 1 mesa y tres sillas, utilidad de 420
- 2 sillas y 2 mesas, utilidad de 440
- etc.

Mesas y Sillas

Un **modelo matemático** para hallar la mejor solución factible a este problema tiene tres componentes básicas:

i) <u>Las variables de decisión</u>, que consiste en definir cuáles son las decisiones que se debe tomar. En el ejemplo,

x: número de sillas elaboradas.

y: número de mesas elaboradas.

ii) **La función objetivo** del problema, que permita tener un criterio para decidir entre todas las soluciones factibles. En el ejemplo, maximizar la utilidad dada por:

$$\mathbf{z = f(x,y) = 100x + 120y}$$

Mesas y Sillas

iii) <u>Restricciones del problema</u>, que consiste en definir un conjunto de ecuaciones e inecuaciones que restringen los valores de las variables de decisión a aquellos considerados como factibles. En el ejemplo, respetar la disponibilidad de piezas para la fabricación de sillas y mesas:

Piezas pequeñas: $\mathbf{2x + 2y \leq 8}$

Piezas grandes : $\mathbf{x + 2y \leq 6}$

También se impone restricciones de no – negatividad:

$$\mathbf{x,y \geq 0}$$

Mesas y Sillas

- El problema se reduce a
  - Encontrar el número de mesas y sillas para
  - Maximizar $z=100x+120y$, sujeto a
  - Restricciones
    - » $2x + 2y \leq 8$
    - » $x + 2y \leq 6$
    - » $x,y>0$

Mesas y sillas

- Región de factibilidad:

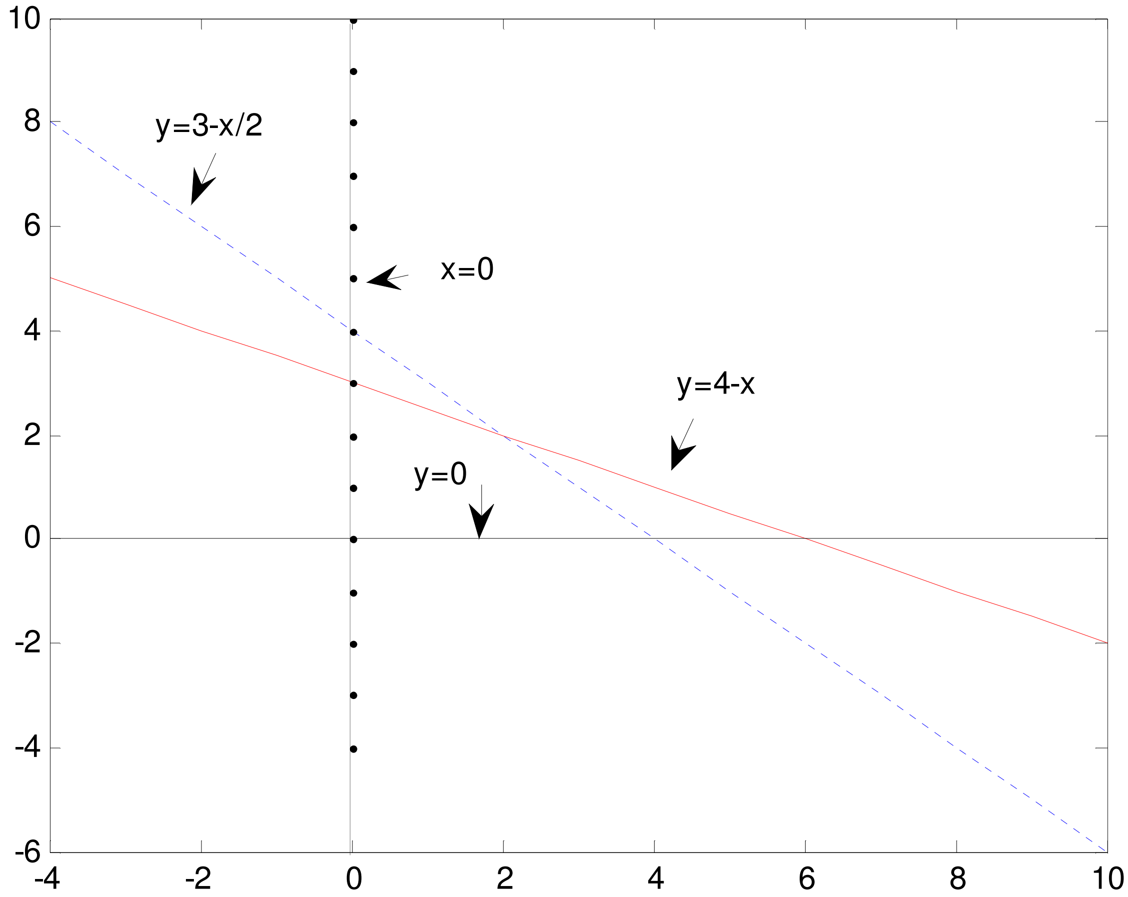
  Reemplazamos las desigualdades por igualdades y graficamos las rectas en el plano cartesiano.

  » $2x + 2y = 8 \rightarrow y=4-x$

  » $x + 2y =6 \rightarrow y=3-x/2$

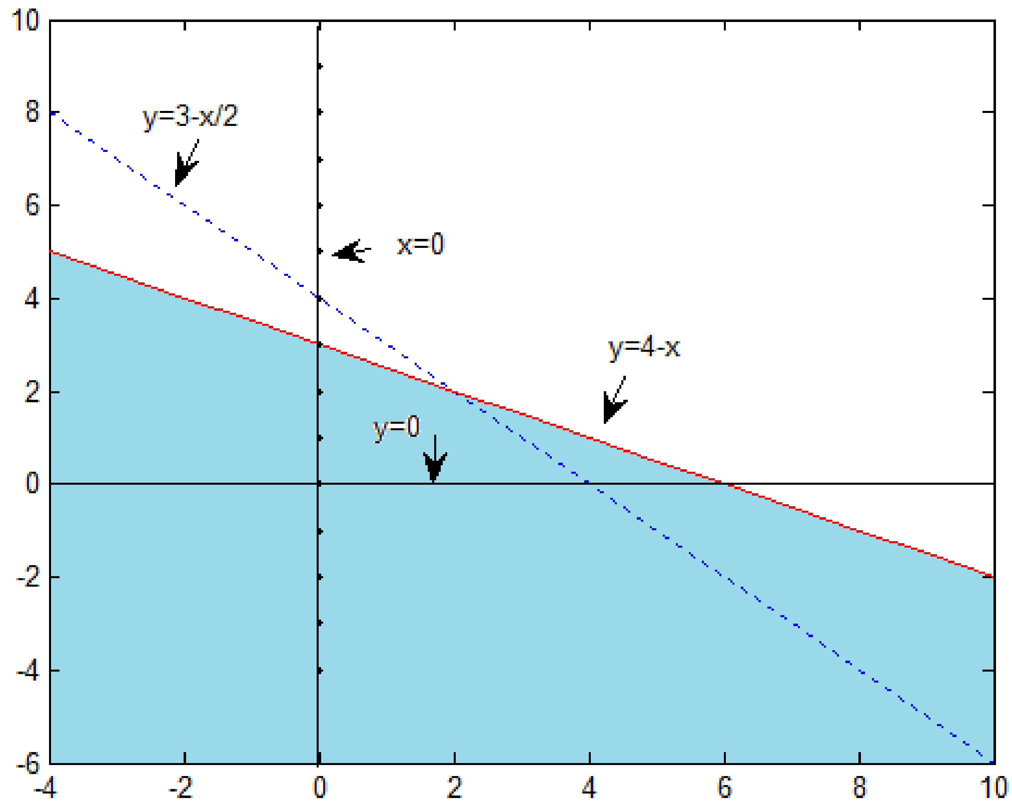
  » $x,y=0 \rightarrow x=0, \; y= 0$

Mesas y sillas

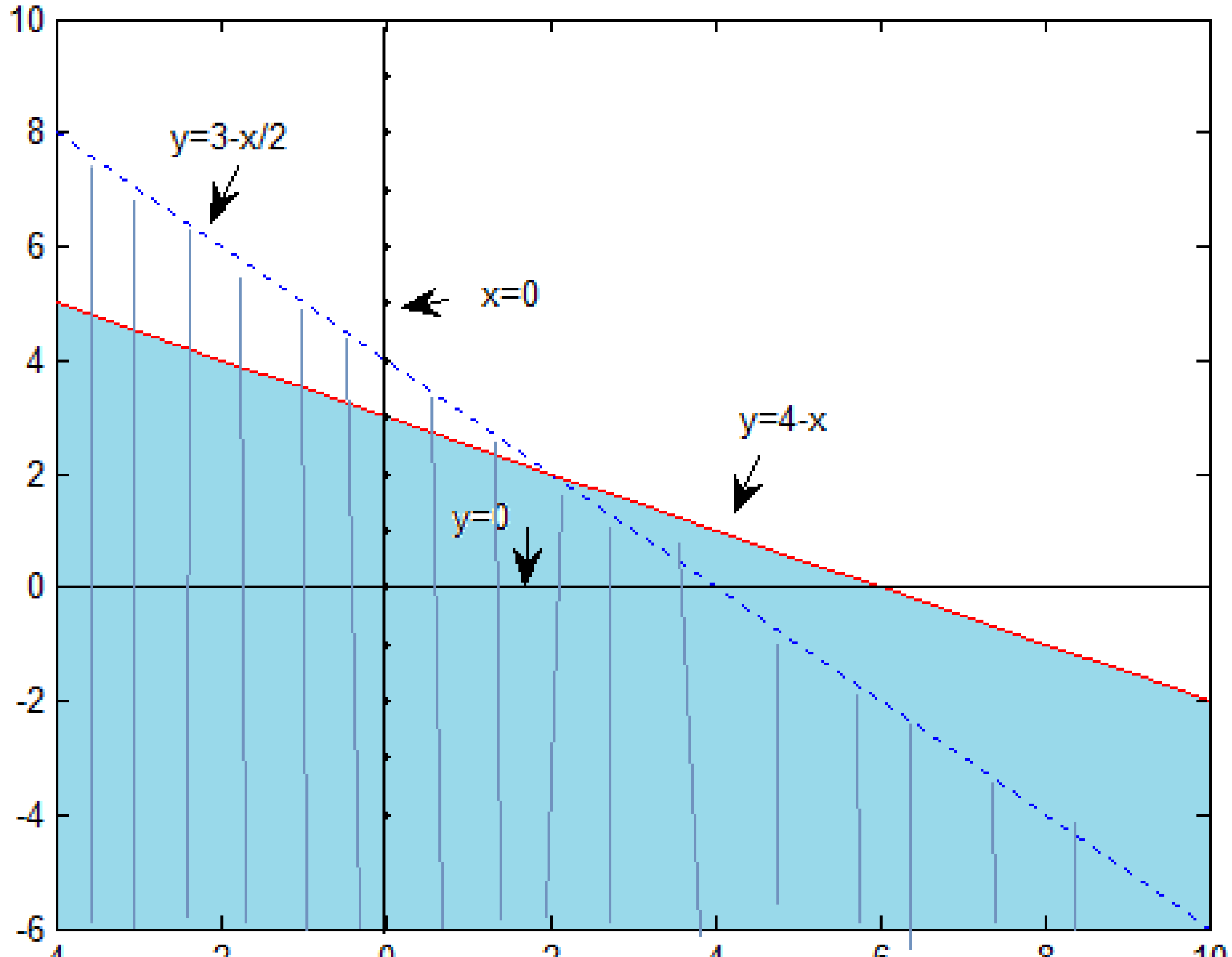


Mesas y sillas

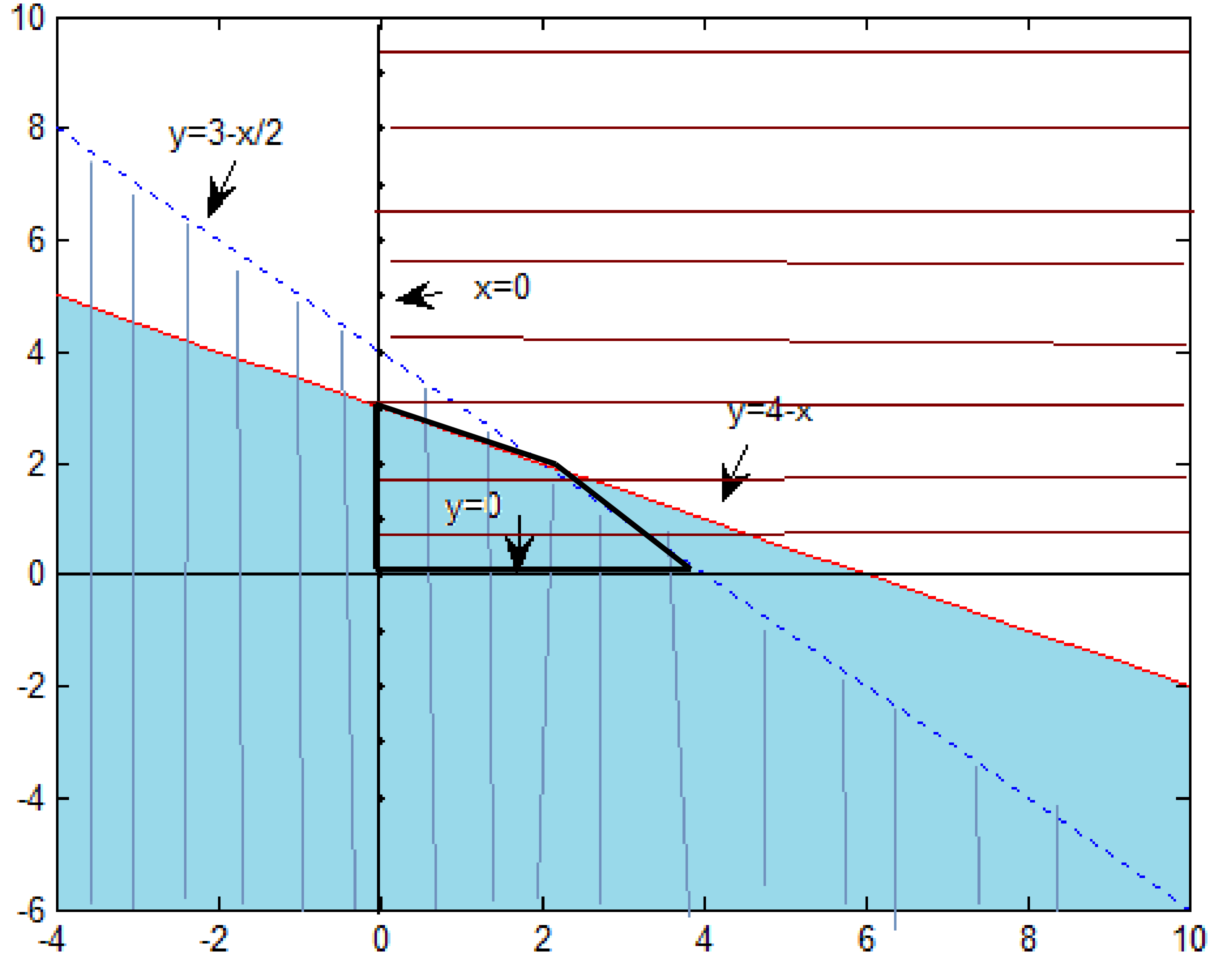
- Estudiamos las zonas en las cuales se cumplen las restricciones



Mesas y sillas



Mesas y Sillas



Trozo de Alambre

- A usted se le hace entrega de un trozo de alambre de longitud L cms, Cual es el rectángulo de mayor área que pudiese construir con el mismo?

Trozo de alambre

- Alternativas:

altura

base

Area=base*altura

Perimetro=2base+2altura
Perimetro=2(base+altura)

Trozo de Alambre

Restricciones

Perímetro= 2(base + altura)

L=2(base + altura)

Base ≥ 0 y altura ≥ 0

Objetivo= base*altura = máximo

Trozo de Alambre

- Modelo
  - Maximizar z=base*altura
  - Sujeto a : L=2*(Base+altura)

    base≥0

    altura ≥ 0

Trozo de Alambre

- Obtenga la región de factibilidad

Ejercicios

- En una pastelería se hacen dos tipos de tartas: Vienesa y Real. Cada tarta Vienesa necesita un cuarto de relleno por cada Kg. de bizcocho y produce un beneficio de 100BsF, mientras que una tarta Real necesita medio Kg. de relleno por cada Kg. de bizcocho y produce 150BsF. de beneficio. En la pastelería se pueden hacer diariamente hasta 150 Kg. de bizcocho y 50 Kg. de relleno, aunque por problemas de maquinaria no pueden hacer mas de 125 tartas de cada tipo. ¿Cuántas tartas Vienesas y cuantas Reales deben vender al día para que sea máximo el beneficio?

- Se desea obtener tres elementos químicos a partir de las sustancias A y B. Un kilo de A contiene 8 gramos del primer elemento, 1 gramo del segundo y 2 del tercero; un kilo de B tiene 4 gramos del primer elemento, 1 gramo del segundo y 2 del tercero. Se desea obtener al menos 16 gramos del primer elemento y las cantidades del segundo y del tercero han de ser como mucho 5 y 20 gramos, respectivamente; y la cantidad de A es como mucho el doble que la de B.

  Calcula los kilos de A y los de B que han de tomarse para que el coste sea mínimo si un kilo de A vale 2 euros y uno de B 10 euros.

Ejercicios

- En una pequeña empresa se fabrican diariamente solo dos tipos de aparatos, A y B. Como máximo pueden fabricarse 3 aparatos de cada tipo y, obligatoriamente, al menos un artículo del tipo B. Indica todas las posibilidades de fabricación si se quieren obtener unas ventas superiores a 60 euros, teniendo en cuenta que los precios de los artículos A y B son de 30 y 10 euros, respectivamente.

- La casa X fabrica helados A y B, hasta un máximo diario de 1 000 kilos entre ambos. La fabricación de un kilo de A cuesta 1,8 euros y uno de B, 1,5 euros. Calcula cuántos kilos de A y B deben fabricarse para obtener mayores ganancias, sabiendo que la casa dispone de 2700 euros /día y que un kilo de A deja un margen de ganancia igual al 90% del que deja un kilo de B.

- Para recorrer un determinado trayecto, una compañía aérea desea ofertar, a lo sumo, 5000 plazas de dos tipos: T(turista) y P(primera). La ganancia correspondiente a cada plaza de tipo T es de 30 euros, mientras que la ganancia del tipo P es de 40 euros. El número de plazas tipo T no puede exceder de 4500 y el del tipo P, debe ser, como máximo, la tercera parte de las del tipo T que se oferten. Calcular cuántas tienen que ofertarse de cada clase para que las ganancias sean máximas.