

Ingeniería de Sistemas

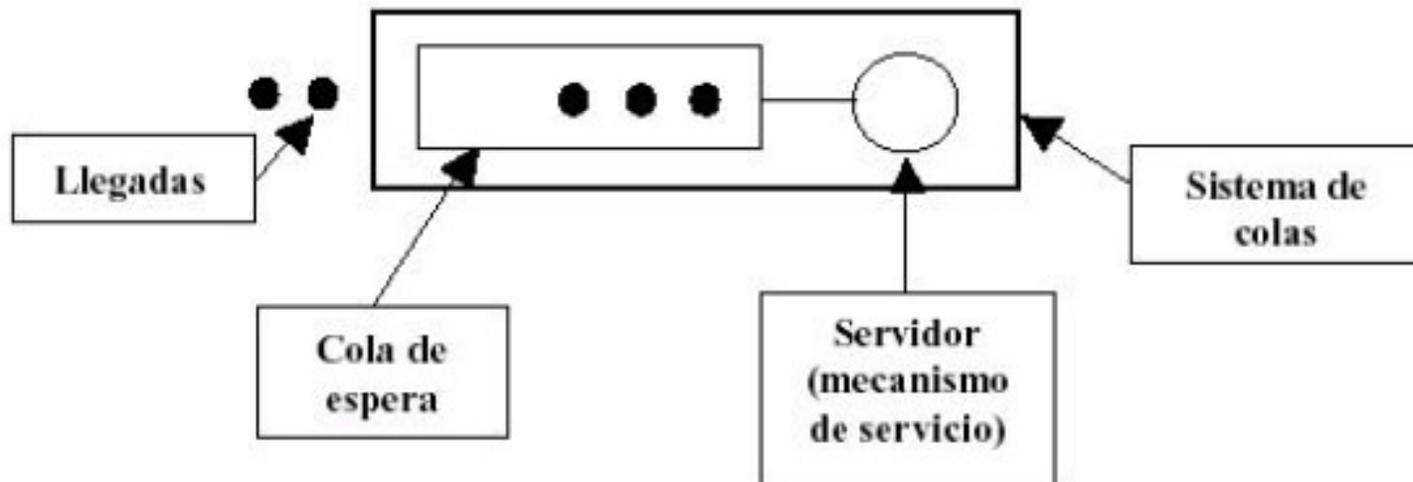
**Teoría de colas y juegos**

# DEFINICIÓN

Estudio analítico del comportamiento de líneas de espera.



# DEFINICIÓN

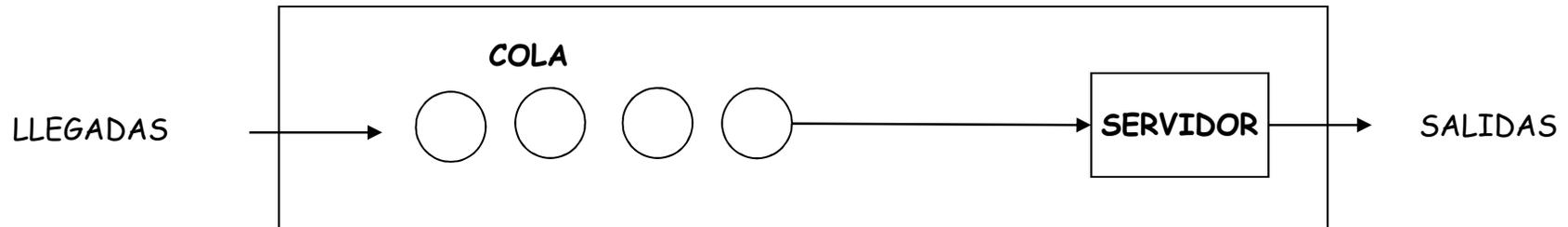


# OBJETIVOS DE LA TEORÍA DE COLAS

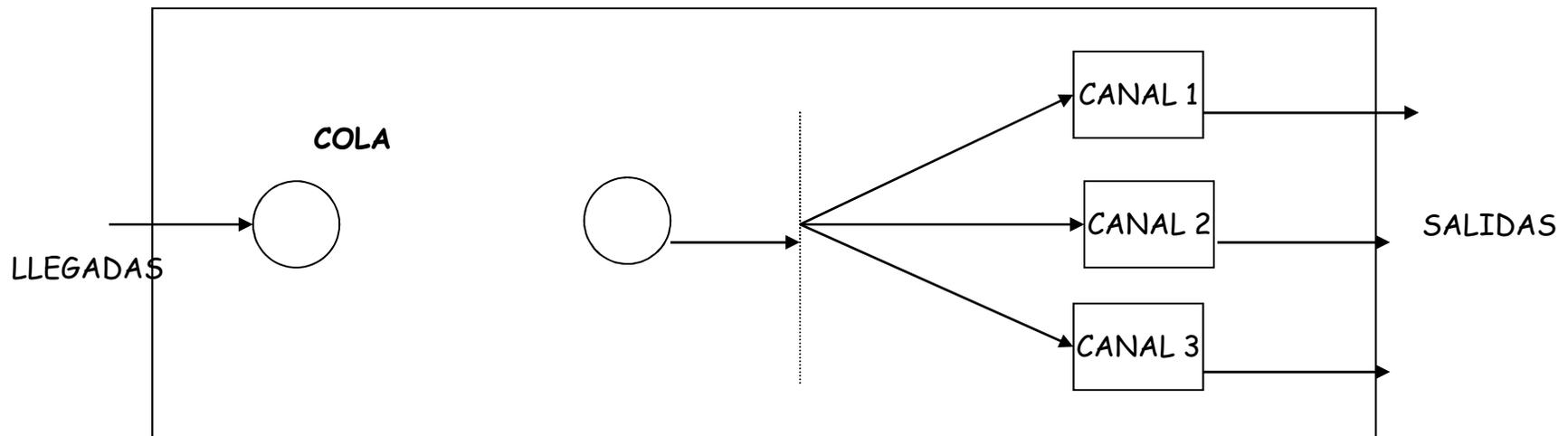
- **Identificar el nivel óptimo de capacidad del sistema que minimice el costo del mismo.**
- **Evaluar el impacto que las posibles alternativas de modificación de la capacidad del sistema en el costo total del mismo.**
- **Establecer un balance entre las consideraciones cuantitativas de costos y las cualitativas de servicio.**
- **Determinar los tiempos de permanencia en el sistema o en la Cola.**

# TIPOS DE COLAS

- Una línea, un servidor: Consultorio médico.

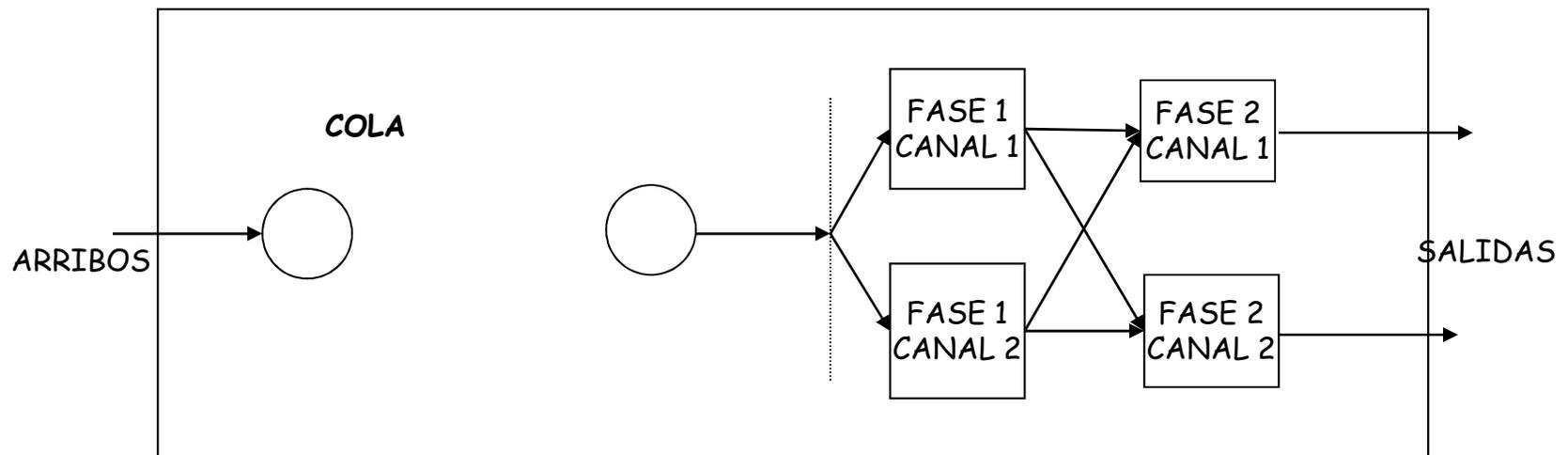


- Una línea, múltiples servidores: Entidades bancarias.



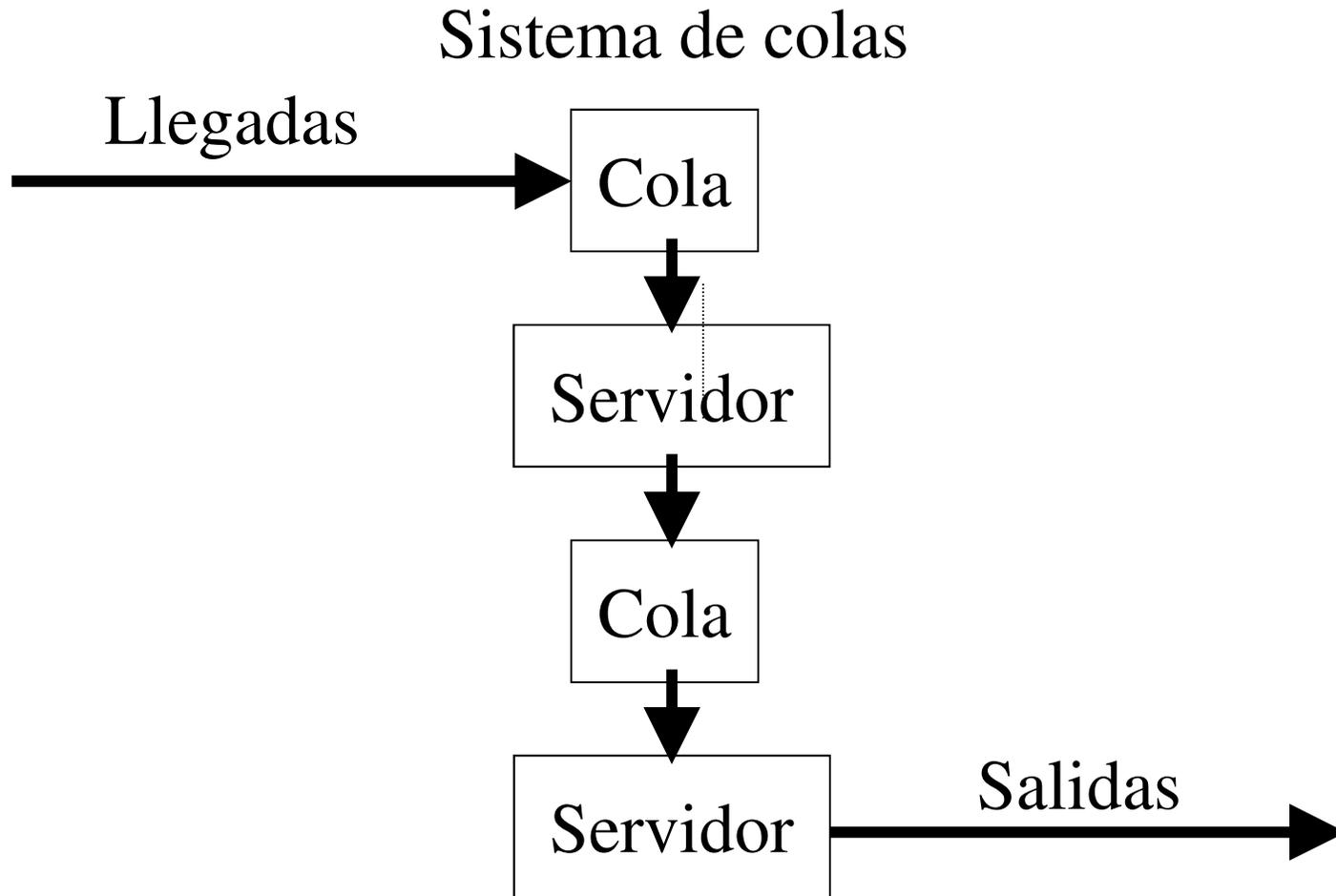
# TIPOS DE COLAS

- Multicanal, multifase: Procesos industriales.



# TIPOS DE COLAS

- Una línea servidores secuenciales: Trámites de gobierno.



# TEORIA DE COLAS

<b>COLAS MAS COMUNES</b>		
<b>SITIO</b>	<b>ARRIBOS EN COLA</b>	<b>SERVICIO</b>
Supermercado	Compradores	Pago en cajas
Peaje	Vehículos	Pago de peaje
Consultorio	Pacientes	Consulta
Sistema de Cómputo	Programas a ser corridos	Proceso de datos
Compañía de teléfonos	Llamadas	Efectuar comunicación
Banco	Clientes	Depósitos y Cobros
Mantenimiento	Máquinas dañadas	Reparación
Muelle	Barcos	Carga y descarga

# Factores influyentes en un Modelo de Colas

- Distribución de llegadas de usuarios al sistema.
- Distribución del tiempo de servicio.
- Diseño de la instalación de servicio (paralelo, serie o en red).
- Tamaño de la línea.
- Tamaño de la población.
- Conducta humana.

# TEORIA DE COLAS

Características de una LINEA DE ESPERA

## ◎ DISTRIBUCION DE POISSON:



◎  $P(x)$  = Probabilidad de  $x$  llegadas

◎  $x$  = número de llegadas por unidad de tiempo

◎  $\lambda$  = tasa promedio de llegada

# EJEMPLO

	Frecuencia			Frecuencia	Estadístico
Nº Personas	Observada	X*f	P(X=x)	Esperada	Prueba
0	8	0	0,1544	5,87	0,7764
1	9	9	0,2884	10,96	0,3505
2	9	18	0,2694	10,24	0,1499
3	6	18	0,1678	6,38	0,0223
4	4	16	0,0784	2,98	0,3502
5	2	10	0,0293	1,11	0,7067
	<b>38</b>	<b>71</b>			<b>2,3560</b>
	$\lambda$	<b>1,87</b>			
Xtabla	0,7980081				

Los datos muestran evidencia de que la distribución proviene de una distribución Poisson. 0.798 mayor que 0.05.

# TEORIA DE COLAS

## Distribución del Tiempo de Servicio

- *Los tiempos de servicios se distribuyen usualmente como una exponencial negativa, es decir, el promedio es el inverso de la distribución Poisson y se nombra como  $\beta$ .*
- *Promedio Poisson:  $\lambda$ : Promedio de eventos por unidad de tiempo.  $\lambda = 5$  accidentes de tránsito por día.*
- *Promedio Exponencial:  $\beta =$  Promedio de tiempo entre eventos.  $\beta = 1/5$  del día por accidente de tránsito.*

$$P(\text{tiempo de servicio} \leq t) = 1 - e^{-\mu t}$$

# Distribución del Tiempo de Servicio

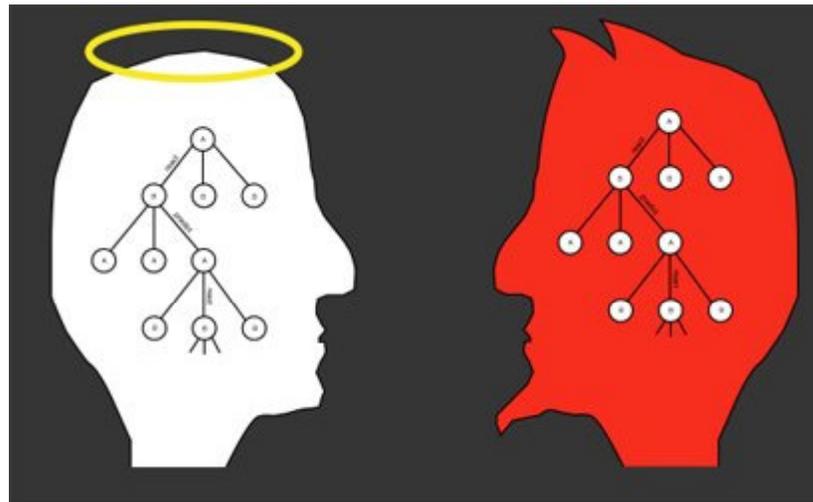
- El tiempo esperado de servicio equivale a  $1/\mu = \beta$
- Si la tasa media de servicio es de 10 clientes por hora.
- Entonces el tiempo esperado de servicio es  $1/\mu = \beta = 1/10 = 0.10$  horas, es decir, 6 minutos.

# Teoría de juegos

- *“Si creemos que nuestros competidores son racionales y actúan para maximizar sus propios beneficios, ¿cómo debemos tener en cuenta su conducta cuando tomamos nuestras propias decisiones?”*

# Teoría de Juegos

- Jugadores
- Estrategias
- Matriz de pagos
- Reglas



# Teoría de juegos

- ⊙ Juegos no cooperativos y cooperativos

- Juegos cooperativos:

- Los participantes pueden negociar para planear estrategias conjuntas.

- Juegos no cooperativos:

No es posible negociar y hacer cumplir un contrato entre jugadores.

Ejemplo: dos empresas rivales tienen en cuenta la conducta probable de cada una, cuando fijan independientemente sus precios y sus estrategias publicitarias para capturar más cuota de mercado.

# Teoría de juegos

- ◎ Juegos no cooperativos y cooperativos
  - *“La toma de decisiones estratégica es comprender el punto de vista del adversario y (suponiendo que éste es racional) deducir cómo responderá probablemente a nuestros actos”.*

# Las estrategias dominantes

- La estrategia dominante:
  - Estrategia que es óptima independientemente de cómo se comporten los competidores.
  - Un ejemplo:
    - Las empresas *A* y *B* venden productos rivales.
    - Tienen que decidir si emprenden o no una campaña publicitaria.



# Las estrategias dominantes

- Juegos sin estrategia dominante:
  - La mejor decisión de un jugador que no utiliza estrategia dominante dependerá de lo que el otro jugador haga.



# Otros conceptos manejados en investigación de operaciones

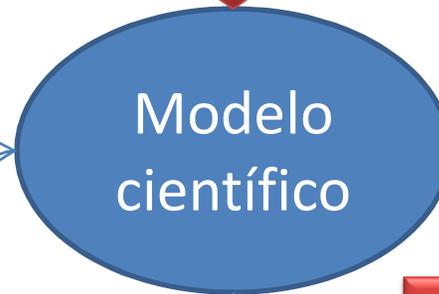
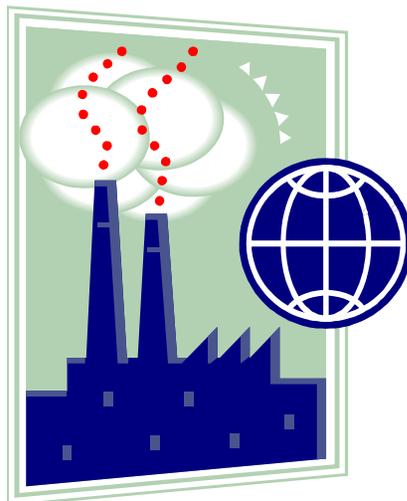
- Modelos de inventarios
- Modelos de transporte
- Optimización

# Conclusión

Su actitud diferencial consiste en desarrollar un modelo científico del sistema tal, que incorpore valoraciones de factores como el azar y el riesgo y mediante el cual se predigan y comparen los resultados de decisiones, estrategias o controles alternativos. Su propósito es el de ayudar a la gerencia a determinar científicamente sus políticas y acciones.

# Conclusiones

Problemas de dirección  
y administración



Decisión