Programación y Diseño Algorítmico I
Segundo Parcial

Semestre A - 09
Mérida, 27 de Abril de 2009
Uzcátegui S, Mayerlin Y.

Solución

1. **Realice el diseño algorítmico que permita resolver el siguiente problema:** (6 pts.)
Calcular las raíces del polinomio cúbico $P(x) = x^3 + a_1x^2 + a_2x + a_3$ definidas como

$$\begin{cases} x_1 = S + T - \frac{1}{3}a_1 \\ x_2 = -\frac{1}{2}(S+T) - \frac{1}{3}a_1 + \frac{1}{2}\sqrt{3}(S-T)i \\ x_3 = -\frac{1}{2}(S+T) - \frac{1}{3}a_1 - \frac{1}{2}\sqrt{3}(S-T)i \end{cases}$$

donde

$$Q = \frac{3a_2 - a_1^2}{9} \quad R = \frac{9a_1a_2 - 27a_3 - 2a_1^3}{54} \quad S = \sqrt{R + \sqrt{Q^3 + R^2}} \quad T = \sqrt{R - \sqrt{Q^3 + R^2}}$$

Para a_1, a_2 y a_3 reales, con discriminante $D = Q^3 + R^2$ se sabe que:

a) una de las raíces es real y dos son complejas conjugadas si $D > 0$

b) todas las raíces son reales y al menos dos iguales si $D = 0$

c) todas las raíces son reales y distintas si por lo que se puede simplificar el cálculo:

$$\begin{cases} x_1 = 2\sqrt{-Q}\ \cos(\frac{1}{3}\theta) \\ x_2 = 2\sqrt{-Q}\ \cos(\frac{1}{3}\theta + 120^o) \\ x_3 = 2\sqrt{-Q}\ \cos(\frac{1}{3}\theta + 240^o) \end{cases}, \qquad \cos(\theta) = \frac{-R}{\sqrt{-Q^3}} \qquad \cos^{-1}(x) = \tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}\right)$$

E: $a1, a2, a3 \in \mathcal{R}$
S: $x1, x2, x3 \in \mathcal{R}$
A: Obtener(a1,a2,a3)

```
   Q ← (3*a2 - a1*a1)/9
   R ← (9*a1*a2 - 27*a3 - 2*a1*a1*a1)/54
   D← Q*Q*Q + R*R
   Si (D≤0)
      S ← raiz(R + raiz(D))
      T ← raiz(R - raiz(D))
      x1 ← S+T-a1/3
      x2 ← -(S+T)/2-a1/3
      Si (D>0)
         x3 ← raiz(3)*(S-T)/2
         Devolver(x1,x2,'+',x3,'i',x2,'-',x3,'i')
      Sino
         x3 ← x2
         Devolver(x1,x2,x3)
   Sino
      x ← -R/raiz(-Q*Q*Q)
      theta ← arctan(raiz(1-x*x)/x)
      x1 ← -2*raiz(-Q)*cos(theta/3)
      x2 ← -2*raiz(-Q)*cos(theta/3+3*PI/2)
      x3 ← -2*raiz(-Q)*cos(theta/3+3*PI/4)
      Devolver(x1,x2,x3)
```

V: $Q, R, D, S, T, x, theta \in \mathcal{R}$

2. **Realice el diseño algorítmico que permita resolver el siguiente problema:** (7 pts.)
Dado x se desea calcular el valor de la función $(1+x)^{-1/2}$ expresada como:

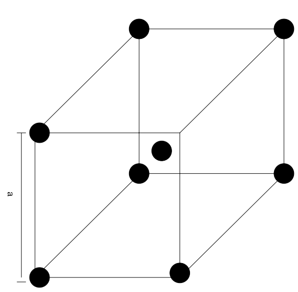
$$\sqrt{\frac{1}{1+x}} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{1\cdot 3}{2\cdot 4}x^2 - \frac{1\cdot 3\cdot 5}{2\cdot 4\cdot 6}x^3 + \cdots \qquad -1 < x \leq 1$$

E: $x \in \mathcal{R}$, $x \in (-1, 1]$
$n \in \mathcal{Z}$, $n > 0$
S: $f \in \mathcal{R}$

P: $f = \sum_{i=1}^{n} f_i, \quad \begin{cases} f_1 = 1, & f_i = \frac{num_i}{den_i} pot_i \\ num_1 = -1, & num_i = num_{i-1}(2i-1) \\ den_1 = 2, & den_i = den_{i-1}(2i) \\ pot_1 = x, & pot_i = pot_{i-1}(x) \end{cases} \quad i \in [2, n]$

A: Obtener(x,n)
```
f ← 1
num ← -1
den ← 2
pot← x
Para i ← 2.. n
    f ← f + num/den*pot
    num ← num * (2*i -1)
    den ← den *2*i
    pot ← pot * x
Devolver(f)
```
V: $num, den, pot, \in \mathcal{R}$
$i \in \mathcal{Z}$

3. **Realice el diseño algorítmico que permita resolver el siguiente problema:** (7 pts.)
Suponga que se distribuyen esferas sólidas a través del espacio en forma tal que sus centros coinciden con los puntos de la estructura siguiente y que las esferas centradas en puntos vecinos se tocan sin solaparse.



Se desea conocer las coordenadas de los centros y el radio de las esferas sabiendo las coordenadas del vértice $V_0 = (x_0, y_0, z_0)$ y la longitud de las aristas del cubo a donde las distancias entre vértices cercanos son: $d1 = a$, $\quad d2 = \sqrt{2}a$, $\quad d3 = \sqrt{3}a$, la menor distancia es $d1$

Además indique para el código cuantas operaciones aritméticas, operaciones lógicas, asignaciones, comparaciones, llamadas a funciones standard, Estructuras de Decisión, Estructuras de Repetición están presentes

E: $x0, y0, z0 \in \mathcal{R}$

$a \in \mathcal{R}$, $a > 0$

S: $x, y, z, r \in \mathcal{R}$

P: Los centros estan apoyados en los vertices del cubo

$$
\begin{aligned}
V_0 &= [x_0, y_0, z_0] \\
V_1 &= [x_0, y_0, z_0 + a] \\
V_2 &= [x_0, y_0 + a, z_0] \\
V_3 &= [x_0, y_0 + a, z_0 + a] \\
V_4 &= [x_0 + a, y_0, z_0] \\
V_5 &= [x_0 + a, y_0, z_0 + a] \\
V_6 &= [x_0 + a, y_0 + a, z_0] \\
V_7 &= [x_0 + a, y_0 + a, z_0 + a]
\end{aligned}
$$

```
A: Obtener(x0,y0,z0,a)
    Para i ← 0.. 1
        Para j ← 0.. 1
            Para k ← 0.. 1
                x ← x0 + a*i
                y ← y0 + a*j
                z ← z0 + a*k
                Devolver(x,y,z)
    r ← a/2
    Devolver(r)
```

V: $i, j, k \in \mathcal{Z}$

operaciones aritméticas= 6x8 = 48

operaciones lógicas= 0

asignaciones = 3x8+1=25

comparaciones = 0

llamadas a funciones standard= 0

Estructuras de Decisión= 0

Estructuras de Repetición= 3