1er. Examen Parcial

Mecánica Cuántica

1. Considere un sistema con el operador Hamiltoniano H y otros operadores A y B dados en una base $\{u_1, u_2, u_3\}$ por las matrices

$$H = \hbar\omega \begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \; ; \; A = \hbar a \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \; ; \; B = A^2$$

Y un sistema que está en el estado $|\phi\rangle = |u_1\rangle + |u_3\rangle$, cuando $t = 0$.

   a) Identifique los C.C.O.C. que pueden construirse con estos operadores

   b) Determine cuáles valores de la energía pueden encontrarse y con cuáles probabilidades.

   c) Encuentre el valor medio $\langle A\rangle$ en $t = 0$, y la ecuación que determina su evolucií en t.

   d) Encuentre la desviación cuadrática media ΔB en un instante $t > 0$

2. Sea $\psi(\vec{r})$ la función de onda normalizada de una partícula. Determine en términos de $\psi(\vec{r})$ la probabilidad de que

   a) una medida simultánea de X y P_z arroje como resultados $x_1 \leq x \leq x_2$ y $p_z \geq 0$.

   b) una medida simultánea de P_x, P_y y P_z arroje como resultados $p_1 \leq p_x \leq p_2$, $p_3 \leq p_y \leq p_4$ y $p_5 \leq p_z \leq p_6$.

3. Sea Π el operador paridad, hermítico, definido por

$$\Pi|\mathbf{r} >= | - \mathbf{r} >$$

Es decir que dado un estado $|\psi >$:

$$< \mathbf{r}|\Pi|\psi >= \psi(-\mathbf{r})$$

   a) Denotando p_Π los autovalores de Π, calcule $\Pi^2|\psi >$, y demuestre que los valores posibles de p_Π son 1 y -1.

   b) Un estado se dice que es par si $\Pi|\eta\rangle = |\eta\rangle$, impar si $\Pi|\eta\rangle = -|\eta\rangle$. Dados los proyectores

$$P_+ = \frac{1+\Pi}{2} \quad P_- = \frac{1-\Pi}{2}$$

   demuestre que $P_+|\eta\rangle$ es par y $P_-|\eta\rangle$ es impar.

   c) Demuestre que Π es unitario.(Esto permite definir una transformación de paridad sobre operadores: $\tilde{C} = \Pi C \Pi$).

   d) Un operador C, se dice que es par si satisface $\Pi C \Pi = C$, impar si $\Pi C \Pi = -C$ Demuestre que todo operador par conmuta con Π.

   e) Demuestre que los elementos de matriz de un operador impar entre estados con paridad igual (ambos pares o ambos impares) es siempre cero.

   f) Demuestre que los elementos de matriz de un operador par entre estados con paridad distinta es siempre cero.