2do. Examen Parcial — Sem. A-2005
Mecánica Cuántica

1. Escriba el operador Hamiltoniano para un oscilador armónico **isótropo bidimensional**, de frecuencia w, consistente en una partícula de masa m que se desplaza en el espacio x, y. **(1 ptos.)**

2. Demuestre que puede separarse como $H = H_x + H_y$ y que existe una base común de autovectores de H_x, H_y. Denotaremos estos autovectores $|n_x, n_y>$. **(1 ptos.)**

3. Encuentre los autovalores de la energía del oscilador. **(2 ptos.)**

4. Encuentre el grado de degeneración de los niveles de energía. **(2 ptos.)**

5. En $t = 0$, el sistema está en el estado

$$|\Phi(0)>= \frac{1}{2}|0,0> + \frac{1}{\sqrt{2}}|1,0> + \frac{1}{2\sqrt{2}}|1,1> + \frac{1}{2\sqrt{2}}|0,3>$$

Cuál es el resultado más probable de una medición de la energía total del sistema ? **(2 ptos.)**

6. Calcule la probabilidad de medir $E_{\text{total}} > 3\hbar w$ en $t = 0$ **(3 ptos.)**

7. Calcule el valor medio y la desviación cuadrática media de la energía total del sistema en $t = 0$ **(3 ptos.)**

8. Encuentre el estado del sistema en el instante $t > 0$ y calcule el valor medio y la desviación cuadrática media de la energía total del sistema en el instante t. **(3 ptos.)**

9. Sean a_x y a_y los operadores de aniquilación definidos por

$$a_x \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\beta X + \frac{i}{\beta\hbar}P_x\right) \quad a_y \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\beta Y + \frac{i}{\beta\hbar}P_y\right)$$

con

$$\beta \equiv \sqrt{\frac{m\omega}{\hbar}}.$$

Encuentre las relaciones de conmutación de $a_x, a_x^\dagger, a_y, a_y^\dagger$ **(1 ptos.)**

10. Considérese el operador L definido por

$$L \equiv \frac{1}{\hbar}(XP_y - P_xY)$$

Demuestre que L puede ser expresado como

$$L = i(a_x a_y^\dagger - a_x^\dagger a_y)$$

(2 ptos.)

11. Expresando el Hamiltoniano H en términos de $a_x, a_x^\dagger, a_y, a_y^\dagger$ y usando el resultado anterior, demuestre que L es una constante del movimiento, es decir:

$$[H, L] = 0$$

(2 ptos.)