3er. Examen Parcial — Sem. A-05

Mecánica Cuántica

1. Considere una partcula de spin 1/2, con momento orbital $\vec{L}$, que está en un estado $|\psi\rangle$, tal que, denotando

$$\psi_{\pm} = \langle \vec{r}, \pm|\psi\rangle$$

se tiene

$$\psi_{+} = R(r)\frac{1}{\sqrt{2}}Y_1^0(\theta,\phi)$$

$$\psi_{-} = R(r)(\frac{1}{2}Y_1^0(\theta,\phi) + \frac{1}{\sqrt{2}}Y_1^{-1}(\theta,\phi))$$

El Hamiltoniano contiene un término de la forma

$$H_1 = \mu L_z S_z$$

con μ una constante.

a) Determine si el estado está normalizado.

b) Encuentre la matriz que representa a H_1 en la base $|r,\pm\rangle$.

c) Diga cuáles pueden ser los resultados de medir la componente z del momento orbital, y con cuáles probabilidades pueden encontrarse.

d) Diga cuáles pueden ser los resultados de medir la energía asociada a H_1, y con cuáles probabilidades pueden encontrarse.

e) Diga cuáles son los posibles resultados de medir la componente x del spin en este sistema.

2. Encuentre los posibles valores del momento angular total de un átomo compuesto por un núcleo de spin 1, y dos electrones con spin 1/2 que se encuentran en los estados 1s y 2p, respectivamente.

3. Un electrón de masa m, carga q y spin $\vec{S} = \hbar\vec{\sigma}/2$ sometido a un potencial escalar $U(\vec{r},t)$ y un potencial vectorial $\vec{A}(\vec{r},t)$ se describe con el Hamiltoniano

$$H = \frac{1}{2m}[\vec{P} - q\vec{A}(\vec{R},t)]^2 + qU(\vec{R},t) - \frac{q\hbar}{2m}\vec{\sigma}\cdot\vec{B}(\vec{R},t)$$

donde $\vec{B} = \vec{\nabla}\times\vec{A}$. Demuestre que este Hamiltoniano se puede escribir en la forma llamada "Hamiltoniano de Pauli":

$$H = \frac{1}{2m}[\vec{\sigma}\cdot(\vec{P} - q\vec{A}(\vec{R},t))]^2 + qU(\vec{R},t)$$