Ejercicios propuestos 2
Matemáticas de la Física 3

1. Encuentre la función de Green apropiada a los problemas de contorno siguientes

   (a)
   $$\frac{d^2}{dx^2}y(x) - \kappa^2 y(x) = -f(x), \qquad a < x < b, \qquad y(a) = y(b) = 0;$$

   (b)
   $$\frac{d^2}{dx^2}y(x) = -f(x), \qquad 0 < x < 1, \qquad y(0) = y'(1) = 0;$$

   (c)
   $$(1-x^2)\frac{d^2}{dx^2}y(x) - 2x\frac{d}{dx}y(x) = -f(x), \qquad 0 < x < 1, \qquad y(0) = y'(1) = 0;$$

   (d)
   $$x^2\frac{d^2}{dx^2}y(x) + 2x\frac{d}{dx}y(x) - n(n+1)y(x) = -f(x), \qquad a < x < b, \qquad y(a) = y(b) = 0.$$

   (e)
   $$\frac{d}{dx}(x\frac{d}{dx}y(x)) - (x + \frac{\nu^2}{x})y(x) = -f(x), \qquad a < x < b, \qquad y(a) = y(b) = 0;$$

2. Considere el problema de valores iniciales para la ecuación de diferencial ordinaria de segundo orden

   $$\ddot{x} + 2\lambda\dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F(t)}{m}, \qquad t > 0, \qquad x(0) = 0, \qquad \dot{x}(0) = b \qquad (1)$$

   que puede representar el movimiento de un oscilador armónico amortiguado bajo la acción de una fuerza externa $F(t)$. Supondremos que $F(t) = 0$ para $t < 0$.

(a) Encuentre la inversa en $\mathcal{D}'_+$ del operador

$$\frac{d^2}{dt^2} + 2\lambda\frac{d}{dt} + \omega_0^2.$$

Trate los casos $\omega_0^2 > \lambda^2$ (subamortiguado) y $\omega_0^2 < \lambda^2$ (sobreamortiguado).

(b) De la solución al problema planteado en la ecuación (**??**) en términos de la función de Green encontrada en la parte **??**.