

Solución Examen III

Nombre:

Apellido:

C.I.:

Firma:

Fecha:

Métodos Estadísticos I – EXAMEN III

Prof. Gudberto León

Nota: Recuerde que este es un examen de desarrollo por lo que **debe** incluir **todos** los pasos necesarios que justifiquen los resultados. Favor encerrar sus respuestas de forma tal que sea fácil de encontrarlas en su desarrollo. **Solamente** se responderán aquellas preguntas tendientes a aclarar enunciados de los problemas. Las respuestas a las preguntas de este examen debe escribirlas en **papel tipo examen** (papel ministro) No son válidas las respuestas escritas en esta hoja de preguntas. *En los problemas que lo ameriten, debe definir las variables aleatorias que utilice en forma explícita y en términos del problema y escribir como se distribuye* (esto último tiene una puntuación de **1 punto**).

1. En promedio, llegan 2,4 clientes por minuto al mostrador de una compañía aérea durante el período de máxima actividad.
 - a. ¿Cuál es la probabilidad de que no lleguen clientes en un minuto?
 - b. ¿Cuál es la probabilidad de que se produzcan más de tres llegadas en un minuto?
 - c. ¿Cuál es la probabilidad de que en 10 minutos lleguen exactamente 20 clientes?

(4 puntos)
2. Un servicio de entrega de pizzas a domicilio, reparte en una residencia de estudiantes. Los tiempos de entrega siguen una distribución normal con media veinte minutos y desviación típica cuatro minutos.
 - a. ¿Cuál es la probabilidad de que se tarde entre 15 y 25 minutos en entregar una pizza?
 - b. La pizza es obsequiada si no se entrega en menos de treinta minutos, ¿cuál es la probabilidad de comerse una pizza gratis cuando se hace un pedido?
 - c. Encuentre el tiempo por arriba del cual se encuentra el 5% de las entregas más lentas.

(5 puntos)
3. Una compañía se dedica a la instalación de nuevos sistemas de calefacción central. Se ha comprobado que en el 15% de las instalaciones es necesario volver para realizar algunas modificaciones. En una semana determinada se realizaron seis instalaciones. Asuma independencia en los resultados de esas instalaciones.
 - a. ¿Cuál es la probabilidad de que sea necesario volver en más de un caso?
 - b. ¿Cuál es la probabilidad de que no sea necesario volver en cuatro o más de las seis instalaciones realizadas?
 - c. ¿Cuál es el promedio de casos en que hay que volver para realizar modificaciones a la instalación, cuando se realizan seis instalaciones en una semana?

(4 puntos)
4. Un fabricante asegura que sólo el 10% de su producción total se encuentra defectuosa. Supóngase que se ordenan 20 artículos y se seleccionan 5 al azar para inspeccionarlos. Si el fabricante se encuentra en lo correcto, ¿Cuál es la probabilidad de observar dos o más artículos defectuosos?

(4 puntos)
5. Si $Z \sim N(0;1)$, entonces (*escriba el resultado*):
 - a. $P(Z=0) = \mathbf{0}$
 - b. $P(Z > -5,5) = \mathbf{1}$
 - c. $P(Z \leq 10) = \mathbf{1}$

(3 puntos)

FORMULARIO:

$$P(X = x) = p^x (1-p)^{1-x};$$
$$x = 0, 1.$$

$$\binom{n}{x} = \frac{n!}{(n-x)!x!}$$

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x};$$

$$x = 0, 1, \dots, n$$

$$P(X = x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!};$$
$$x = 0, 1, 2, \dots$$

$$P(X = x) = \frac{\binom{M}{x} \binom{N-M}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$
$$x = 0, 1, 2, \dots, \min(n, M)$$

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}$$
$$-\infty < x < \infty; -\infty < \mu < \infty; \sigma > 0$$

Solución Examen III

- 1) X : Número de clientes que llegan al mostrador de una compañía durante el período de máxima actividad, en un minuto

$$X \sim \text{Poisson}(\lambda = 2,4)$$

a. $P(X=0) = \boxed{0,09072}$

b. $P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3) = 1 - [P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)]$
 $= 1 - [0,09072 + 0,21772 + 0,26127 + 0,20903]$
 $= 0,22128$

$\therefore \boxed{P(X > 3) = 0,22128}$

- c. Sea la nueva variable aleatoria:

Y : Número de clientes que llegan al mostrador de una compañía durante el período de máxima actividad, en diez minutos

$$Y \sim \text{Poisson}(\lambda = 24) \quad \rightarrow = 10 \times 2,4$$

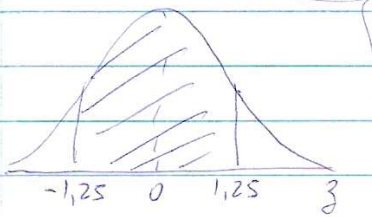
$$P(X=20) = \frac{e^{-24} 24^{20}}{20!} = \boxed{0,06238}$$

Solución Examen III

- 2). \bar{X} : tiempo de entrega del servicio de reparto de pizzas a domicilio en una residencia de estudiantes

$$X \sim N(\mu=20; \sigma^2=4)$$

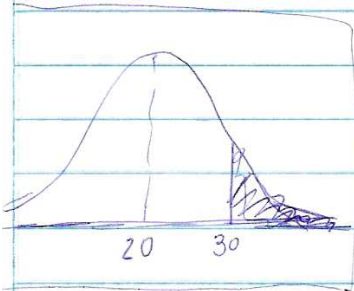
$$a. P(15 < X < 25) = P\left(\frac{15-20}{4} < z < \frac{25-20}{4}\right) = P(-1,25 < z < 1,25)$$



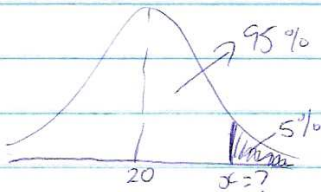
$$\begin{aligned} &= P(z < 1,25) - P(z < -1,25) \\ &= 0,8944 - 0,1056 = \boxed{0,7888} \end{aligned}$$

$$b. P(X > 30) = 1 - P(X < 30) = 1 - P\left(z < \frac{30-20}{4}\right)$$

$$= 1 - P(z < 2,5) = 1 - 0,9938 = \boxed{0,0062}$$



$$c. P(X > x) = P\left(z > \frac{x-20}{4}\right) = 1 - P\left(z < \frac{x-20}{4}\right)$$



$$\Rightarrow 1 - P\left(z < \frac{x-20}{4}\right) = 0,05$$

$$\Rightarrow P\left(z < \frac{x-20}{4}\right) = 0,95$$

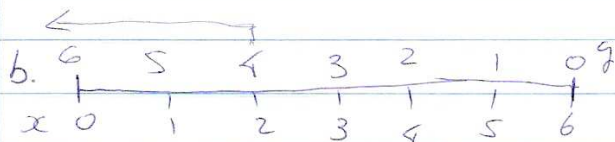
$$\therefore \frac{x-20}{4} = 1,645 \Rightarrow x = 1,645 \cdot 4 + 20 \Rightarrow \boxed{x = 26,58 \text{ minutos}}$$

Solución Examen III

3. \bar{X} : Número de veces que es necesario volver para hacer algunas modificaciones a la instalación del sistema de calefacción, cuando se realizan 6 instalaciones

$$X \sim \text{Bin}(n=6, p=0,15)$$

$$\begin{aligned} \text{a. } P(X \geq 1) &= 1 - P(X \leq 0) = 1 - [P(X=0) + P(X=1)] = 1 - [0,3771 + 0,3993] \\ &= 1 - 0,7764 \Rightarrow \boxed{P(X \geq 1) = 0,2236} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} P(X \leq 2) &= P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) = 0,3771 + 0,3993 + 0,1762 \\ \boxed{P(X \leq 2) = 0,9526} \end{aligned}$$

$$\text{c. } E(X) = n \times p = 6 \times 0,15 = \boxed{0,9}$$

4. \bar{X} : Número de artículos defectuosos en una muestra aleatoria de 5 artículos seleccionados de un total de 20, cuando el fabricante asegura que el 10% de los artículos están defectuosos

$$X \sim H(N=20; M=2; n=5)$$

$$\begin{aligned} P(X \geq 2) &= 1 - P(X < 2) = 1 - P(X \leq 1) = 1 - [P(X=0) + P(X=1)] \\ &= 1 - \left[\frac{\binom{2}{0} \binom{20-2}{5-0}}{\binom{20}{5}} + \frac{\binom{2}{1} \binom{20-2}{5-1}}{\binom{20}{5}} \right] = 1 - 0,94737 = \boxed{0,05263} \end{aligned}$$