SOLUCIÓN EXAMEN IV

Nombres: Apellidos: C.I.: Firma: Fecha: 19/11/2004

MÉTODOS ESTADÍSTICOS I – EXAMEN IV ***Prof. Gudberto León***

PARTE I: *Encierre con un círculo la respuesta correcta* ***(0,5 puntos c/u)***:

1. **(V F)** Los contrastes de hipótesis de dos muestras se utilizan para llegar a conclusiones acerca de la relación entre dos poblaciones.
2. **(V F)** Una estimación puntual a menudo resulta insuficiente, debido a que es correcta o incorrecta.
3. **(V F)** Siempre es deseable utilizar altos niveles de confianza, debido a que estos producen intervalos de confianza menos anchos.
4. **(V F)** Con un mayor tamaño de muestra, la distribución de muestreo de la media se aproxima a la normalidad, sin importar la distribución de la población.
5. **(V F)** Un estadístico es siempre una variable aleatoria y también un estimador
6. **(V F)** La prueba de hipótesis no puede probar inequívocamente la verdad con respecto al valor de un parámetro poblacional
7. La finalidad de seleccionar una muestra de una población es
   a. Calcular $\overline{x}$
   b. Que tenga un tamaño grande
   c. Realizar inferencias sobre características de la población de origen
   d. Que sea representativa
   e. Que sea aleatoria
8. La media de todas las medias muestrales y la media poblacional:
   a. Siempre son iguales.
   b. Siempre tienen una distribución normal.
   c. Se caracterizan por el error estándar de la media.
   d. Dependen del azar.
   e. Algunas veces tienen una distribución normal.
9. Una muestra aleatoria se caracteriza porque los elementos de la población:
   a. Tienen la misma probabilidad de ser seleccionados
   b. Se distribuyen normalmente
   c. Se pueden seleccionar a conveniencia del investigador
   d. Son mediciones de la característica en estudio
   e. Son variables aleatorias
10. Después de tomar una muestra y calcular $\overline{X}$, el investigador dice: Tengo 88% de certeza de que la media de la población está entre 106 y 122. ¿Qué es lo que quiere decir en realidad?
    a. La probabilidad de que μ se encuentre entre 106 y 122 es de 0.88
    b. La probabilidad de que μ=114, el punto medio del intervalo, es de 0.88
    c. El 88% de los intervalos calculados a partir de las muestras de este tamaño contendrán a la media de la población
    d. Todos los anteriores
    e. a. y c. pero no b.
11. La tendencia a que los estadísticos varíen entre sí y con respecto al valor del parámetro, debido a los factores aleatorios relativos al muestreo se conoce como **VARIABILIDAD DE MUESTREO.**
12. El aceptar una hipótesis nula cuando es falsa es un error de tipo **II**. Su probabilidad se denota como β.

PARTE II: *Recuerde que este es un examen de desarrollo por lo que* ***debe*** *incluir* ***todos*** *los pasos necesarios que justifiquen los resultados. Favor encerrar sus respuestas de forma tal que sea fácil de encontrarlas en su desarrollo.* ***Solamente*** *se responderán aquellas preguntas tendientes a aclarar enunciados de los problemas. Las respuestas a las preguntas de la Parte II de este examen debe escribirlas en papel* ***tipo examen*** *(papel ministro) No son válidas las respuestas escritas en esta hoja de preguntas.*

1. Para una muestra aleatoria de 96 fumadores, el número medio de horas de absentismo laboral al mes fue de 2,15 y la desviación típica muestral fue de 2,09 horas al mes. Para una muestra aleatoria independiente de 206 trabajadores que nunca han fumado, el número medio de horas fue de 1,69 y la desviación típica de 1,91 horas al mes
   a. Diga cuál es la estimación puntual de la verdadera diferencia promedio del número de horas de absentismo laboral entre los trabajadores que fuman y los que no fuman
   b. ¿Cómo se distribuye el estimador? Justifique
   c. Con un nivel de confianza del 99% estime la verdadera diferencia entre los promedios en el número de horas de absentismo laboral entre los trabajadores fumadores y los que no fuman. Interprete
   d. **Basándose en el intervalo construido en la parte c.** diga si existe diferencia significativa entre el número de horas de absentismo laboral entre los trabajadores que fuman y los que no a un nivel de significancia del 1% **(5 puntos)**

SOLUCIÓN:

$n_1 = 96$ $n_2 = 206$

$\overline{x}_1 = 2,15$ $\overline{x}_2 = 1,69$

$S_1 = 2,09$ $S_2 = 1,91$

a. $\overline{x}_1 - \overline{x}_2 = 2,15 - 1,69$

$$\boxed{= 0,46}$$

b. Dado que n_1 y n_2 son grandes, por el Teorema Central del Límite:

$$(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) \underset{aprox}{\sim} N\left(\mu_1 - \mu_2, \frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}\right)$$

SOLUCIÓN EXAMEN IV

c. Como n_1 y n_2 son grandes se puede demostrar que S_1^2 y S_2^2 son buenos estimadores de σ_1^2 y σ_2^2, respectivamente, así:

$$\left(\overline{x}_1 - \overline{x}_2\right) \mp Z_{\alpha/2} * \sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}$$

$$\left(2{,}15 - 1{,}69\right) \mp Z_{0{,}005} * \sqrt{\frac{2{,}09^2}{96} + \frac{1{,}91^2}{206}}$$

$$0{,}46 \mp 2{,}575 * 0{,}2514$$

$$-0{,}1874 < \mu_1 - \mu_2 < 1{,}1074$$

d.

$$H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1 : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

$$\alpha = 0{,}01$$

Como 0 (cero) se encuentra dentro del I.C. de la parte c, entonces se concluye que no existen suficientes evidencias en la muestra para rechazar H_0 con un nivel de significancia del 1%. Es decir, no se encontraron evidencias en la muestra para concluir que existe diferencia significativa entre el número **promedio** de horas de absentismo laboral entre los trabajadores que fuman y los que no, con un nivel de significancia del 1%.

SOLUCIÓN EXAMEN IV

2. A una muestra aleatoria de 147 directores de recursos humanos que ofertan trabajo a profesionales universitarios, se le preguntó cuál era el papel que jugaba el expediente académico en la evaluación de los candidatos. Ochenta y siete de estos directores contestaron "extremadamente importante".
   a. Diga cuál es el estimador puntual de la proporción de directores que opinan que el expediente académico es "extremadamente importante".
   b. Diga como se distribuye el estimador anterior. Justifique
   c. Estime la verdadera proporción de directores de recursos humanos que piensan que el expediente académico juega un papel "extremadamente importante" en la evaluación de los candidatos con un nivel de confianza del 95%. Interprete. **(3 puntos)**

SOLUCIÓN:

$n=147$

$$p = \frac{87}{147} = 0,59$$

a. El estimador puntual es ***p***, la proporción de directores que opinan que el expediente académico es "extremadamente importante" en la muestra de 147 directores.

b. Dado que *n* es grande, por el Teorema Central del Límite:

$$p \underset{aprox}{\sim} N\left(\Pi, \frac{\Pi(1-\Pi)}{n}\right)$$

c. Como *n* es grande se puede probar que ***p*** es un buen estimador de Π, así:

$$p \mp Z_{\alpha/2} * \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$$

$$0,59 \mp Z_{0,025} * \sqrt{\frac{0,59(1-0,59)}{147}}$$

$$0,59 \mp 1,96 * 0,05$$

$$0,493 < \Pi < 0,687$$

SOLUCIÓN EXAMEN IV

3. El Edison Electric Institute ha publicado cifras acerca de la cantidad anual de kilovatios-hora consumida por varios aparatos para el hogar. Se afirma que la aspiradora consume un promedio de 46 kilovatios-hora al año. Si una muestra aleatoria de 30 hogares incluidos en un estudio planeado indica que las aspiradoras consumen un promedio de 42 kilovatios-hora al año con una desviación estándar de 11,9 kilovatios-hora, suponiendo que la población de kilovatios-hora es normal, responda lo siguiente:
   a. ¿Sugiere esto con un nivel de significación del 5% que las aspiradoras consumen, en promedio, menos de 46 kilovatios-hora al año? Justifique e interprete los resultados.
   b. Cómo se distribuye el estimador puntual. Justifique.

(3 puntos)

SOLUCIÓN:

$n = 30$

$\overline{x} = 42$

$S = 11,9$

a.

$H_0 : \mu = 46$

$H_1 : \mu < 46$

$\alpha = 0,05$

Estadístico de Contraste:

$$Z_c = \frac{\overline{x} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} = \frac{42 - 46}{\frac{11,9}{\sqrt{30}}} = -1,84$$

$Z_{0,05}$=-1,645

Regla de Decisión:

"Rechazar H_0 ssí Z_c < -1,645"

Decisión:

Existen suficientes evidencias en la muestra para rechazar H_0 con un nivel de significación del 5%.

Interpretación:

Se encontraron evidencias en la muestra que sugieren que las aspiradoras consumen, en **promedio**, menos de 46 kilovatios-hora al año con un nivel de significación del 5%.

b. Dado que la población sigue una distribución normal:

$$\overline{x} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

SOLUCIÓN EXAMEN IV

4. Los siguientes datos corresponden al número de hermanos de 45 estudiantes de Métodos Estadísticos I de FACES:

9	5	4	4	1	2	5	1	4	2	4	6	3	1	2	1	4	3	7	7	5	3	2
4	3	5	1	2	5	2	4	4	1	8	2	4	4	8	3	2	3	3	2	1	3	

Extraiga una muestra aleatoria sin reemplazo de tamaño 10, mediante el uso de las tablas estadísticas. **(3 puntos)**

SOLUCIÓN:

No.	Hermanos
0	9
1	5
2	4
3	4
4	1
5	2
6	5
7	1
8	4
9	2
10	4
11	6
12	3
13	1
14	2
15	1
16	4
17	3
18	7
19	7
20	5
21	3
22	2
23	4
24	3
25	5
26	1
27	2
28	5
29	2
30	4
31	4
32	1
33	8
34	2
35	4
36	4
37	8
38	3
39	2
40	3
41	3
42	2

Nros. Aleatorios	Muestra
27	2
35	4
30	4
18	7
29	2
06	5
14	2
03	4
12	3
07	1

SOLUCIÓN EXAMEN IV

43	1
44	3

FORMULARIO:

	$E(\overline{x}) = \mu$	$E(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) = \mu_1 - \mu_2$
$V(\overline{x}) = \frac{\sigma^2}{n}$	$V(\overline{x}_1 - \overline{x}_2) = \frac{\sigma_1{}^2}{n_1} + \frac{\sigma_2{}^2}{n_2}$	$\sigma_p^2 = \frac{\Pi(1-\Pi)}{n}$
$E(p) = \Pi$	$\hat{\theta} \mp Z_{\alpha/2} * \sigma_{\hat{\theta}}$	$P(\hat{\theta} - Z_{\alpha/2} * \sigma_{\hat{\theta}} \leq \theta \leq \hat{\theta} + Z_{\alpha/2} * \sigma_{\hat{\theta}}) = 1 - \alpha$