

SOLUCIÓN EXAMEN I

Nombre:
Apellido:

C.I.:

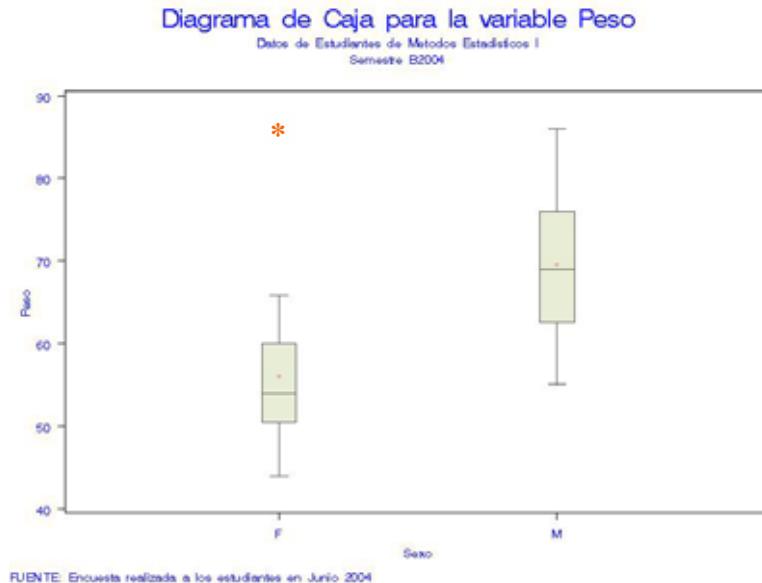
Fecha: 03/11/2006
Firma:

Prof. Gudberto León

MÉTODOS ESTADÍSTICOS I – EXAMEN I

PARTE I: (Cada respuesta correcta tiene un valor de 0,5 puntos)

En los siguientes gráficos se representan las distribuciones de los pesos (Kg) de los estudiantes de Métodos Estadísticos I clasificados por sexo



Las siguientes preguntas son con respecto a las distribuciones representadas por los gráficos anteriores. **Marque con un círculo la respuesta correcta:**

1. En cuanto a la dispersión:
 - a. En la distribución de femenino es mayor que en la de masculino
 - b. En la distribución de femenino es menor que en la de masculino
 - c. En la distribución de femenino es igual a la de masculino
 - d. Los datos no presentan dispersión
 - e. No se puede identificar la dispersión
2. En cuanto a la dispersión de la parte central:
 - a. En la distribución de femenino es mayor que en la de masculino
 - b. En la distribución de femenino es menor que en la de masculino
 - c. En la distribución de femenino es igual a la de masculino
 - d. Los datos no presentan dispersión
 - e. No se puede identificar la dispersión
3. En cuanto a la forma de la distribución, los pesos de los masculinos presentan:
 - a. Asimetría positiva
 - b. Asimetría negativa
 - c. Simetría (aproximadamente)
 - d. No se puede determinar la forma
 - e. El gráfico no muestra esta información
4. En cuanto a la forma de la distribución, los pesos de los femeninos presentan:
 - a. Asimetría positiva
 - b. Asimetría negativa
 - c. Simetría (aproximadamente)
 - d. No se puede determinar la forma
 - e. El gráfico no muestra esta información
5. En la distribución de pesos de las féminas no es recomendable usar como medida de tendencia central:
 - a. La moda
 - b. La mediana
 - c. La media
 - d. Cualquiera de las tres anteriores
 - e. Ni media, ni mediana, ni moda

PARTE II:

Nota:

- i. Recuerde que este es un examen de desarrollo por lo que **debe** incluir **todos** los pasos necesarios que justifiquen los resultados. Favor encerrar sus respuestas de forma tal que sea fácil encontrarlas en su desarrollo. **Solamente** se responderán aquellas preguntas tendientes a aclarar enunciados de los problemas. Las respuestas a las preguntas de este examen debe escribirlos en **papel tipo examen** (papel ministro) No son válidas las respuestas escritas en esta hoja de preguntas.

1. Sea x_1, x_2, \dots, x_n una colección de datos cuya media es \bar{x} . Demuestre que si a cada uno de los datos anteriores se les multiplica por la misma constante k , la media de estos “nuevos datos” viene dada por $\bar{x} * k$. **(2 puntos)**

SOLUCIÓN EXAMEN I

2. En relación a la información presentados en el siguiente cuadro, responda:

- ¿De qué tipo son los datos?
- Realice y comente un gráfico conveniente para representar estos datos.
- Calcule e interprete la(s) medida(s) de posición adecuada(s).

(3 puntos)

Universidad de los Andes
Facultad de Ciencias Económicas y Sociales
Personal Académico por Categoría
(Año 2001)

| Categoría | No. | % |
|------------|-----|----|
| Instructor | 44 | 30 |
| Asistente | 33 | 22 |
| Agregado | 24 | 16 |
| Asociado | 15 | 10 |
| Titular | 31 | 21 |

Fuente: Oficina de Asuntos Profesoriales (OAP)

3. Suponga que un inversionista piensa adquirir acciones en una de dos compañías, A o B, listadas en la Bolsa de Valores de Nueva York. Suponga también, que cada acción de la compañía A ha promediado 50 dólares en los últimos meses, con una desviación estándar de 10 dólares. Y durante el mismo período el precio promedio de las acciones en la compañía B fue de 12 dólares con una desviación estándar de 4 dólares. Responda lo siguiente:

- ¿Cómo puede determinar el inversionista cuáles acciones son más variables? Justifique su respuesta.
- Si las acciones de la compañía A tienen un incremento de 2 dólares que se mantiene en los próximos 6 meses
 - ¿Cuál será el precio promedio de las acciones en esos 6 meses? Justifique su respuesta.
 - ¿y la desviación estándar? Justifique su respuesta.

(Basado en Berenson, M, Levine, D. y Krehbiel, T. (2000). *Estadística para Administración*)

(4 puntos)

4. Los sueldos (en decenas de miles de bolívares)^{*} de los empleados de una compañía se han agrupado en la siguiente distribución de frecuencias:

(8,5 puntos)

| Sueldos | f _i | f _{ri} | F _i | F _{ri} |
|--------------|----------------|-----------------|----------------|-----------------|
| [35 - 45) | | | 3 | |
| [45 - 55) | | | 16 | 0,2000 |
| [55 - 65) | 15 | | | 0,3875 |
| [65 - 75) | | 0,2500 | 51 | |
| [75 - 85) | | 0,2000 | | |
| [85 - 95) | 11 | | | 0,9750 |
| [95 - 105) | 2 | | | |

* 35=35*10000= Bs.350000

- Complete la distribución de frecuencias
- Construya el gráfico que usted considere conveniente para estos datos y comente acerca de la forma en que estos se distribuyen.
- Encuentre el valor del sueldo por arriba del cual se encuentra aproximadamente el 25% de los sueldos de los empleados. Justifique su respuesta.
- Calcule e interprete en términos del problema:
 - La Media
 - La Mediana
 - La Desviación Estándar
- ¿Qué porcentaje (aproximadamente) de empleados gana menos de Bs. 500000? Justifique su respuesta.
- ¿La media calculada en la parte (d) es representativa de estos datos? Justifique su respuesta.

FORMULARIO:

| | | |
|--|---|--|
| $C_i = R / K$ | $K = 1 + 3,3 * \log(n)$ | $RQ = Q_3 - Q_1$ |
| $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^k m_i * f_i}{n}$ | $\bar{x} = \left(\sum_{i=1}^n x_i * w_i \right) / \sum_{i=1}^n w_i$ | $S^2 = \sum_{i=1}^k \frac{m_i^2 * f_i}{n} - \bar{x}^2 ; S = \sqrt{\sum_{i=1}^k \frac{(m_i - \bar{x})^2 * f_i}{n}}$ |
| $CV = \frac{S}{\bar{x}} * 100$ | $Q = \frac{Q_3 - Q_1}{2}$ | $\frac{\overline{AR}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{RS}}{\overline{BC}}$ |
| $Md = LI_m + \left(\frac{n/2 - F_{am}}{fm} \right) * C_m$ | $P_h = LI_p + \left[\frac{n * \left(\frac{h}{100} \right) - F_{ap}}{f_p} \right] * C_p$ | $ASP = \frac{3(\bar{x} - Md)}{S_*}$ |
| $\gamma_1 = \frac{\left(\sum_{i=1}^k (m_i - \bar{x})^3 f_i \right)}{S_*^3}$ | $\beta_2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^4 \right)}{S_*^4}$ | $\gamma_1 = \frac{\left(\sum_{i=1}^k (x_i - \bar{x})^3 \right)}{S_*^3} ; \beta_2 = \frac{\left(\sum_{i=1}^k (m_i - \bar{x})^4 f_i \right)}{S_*^4}$ |

SOLUCIÓN EXAMEN I

Métodos Estadísticos I

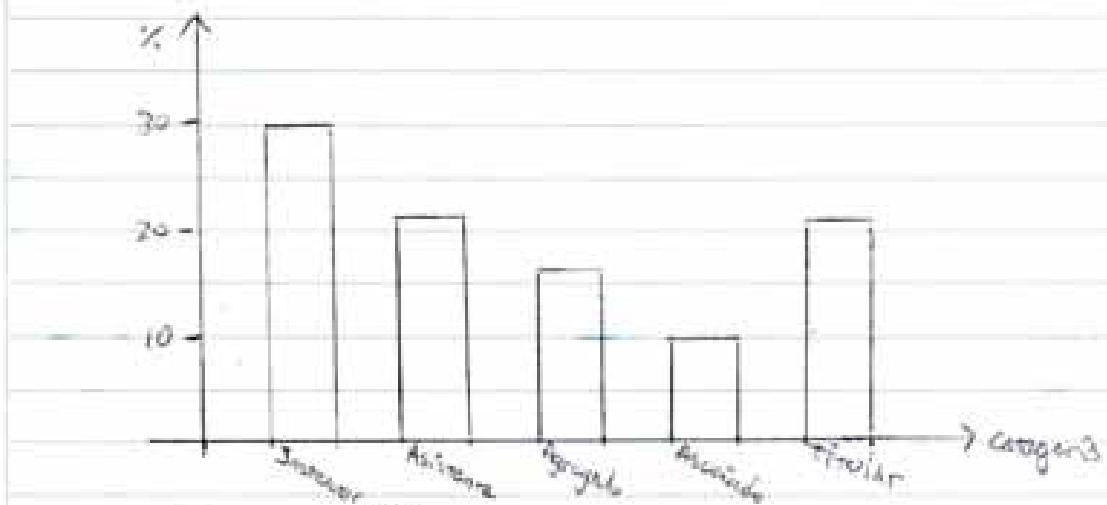
1. Sea X_1, X_2, \dots, X_n una colección de datos cuya media es \bar{X} . Demuéstre que si a cada uno de los datos anteriores se les multiplica por la misma constante K , la media de estos "nuevos datos" viene dada por $\bar{X} \cdot K$

$$\bar{X}_{\text{nuevo}} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i \cdot K)}{n} = K \cdot \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n} = K \cdot \bar{X}$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{X}_{\text{nuevo}} = K \cdot \bar{X}}$$

2. a. Cualitativa Ordinadas

- b. Distribución del Personal Docente por categoría FECES-ULA (2001)



Fuente: OAP

- c. Como los datos son cualitativas ordenadas, solo se puede calcular la moda y mediana:

$M_o = \text{Instructor}$

$M_d = \text{Asistente}$

SOLUCIÓN EXAMEN I

3.

| | |
|------------------|------------------|
| <u>A</u> | <u>B</u> |
| $\bar{x}_A = 50$ | $\bar{x}_B = 12$ |
| $s_A = 10$ | $s_B = 4$ |

a. $CV_A = \frac{10}{50} \cdot 100 = 20\%$

$CV_B = \frac{4}{12} \cdot 100 = 33,33\%$

Así, se puede ver que las acciones tipo B son más variables ($CV_B = 33,33\%$)

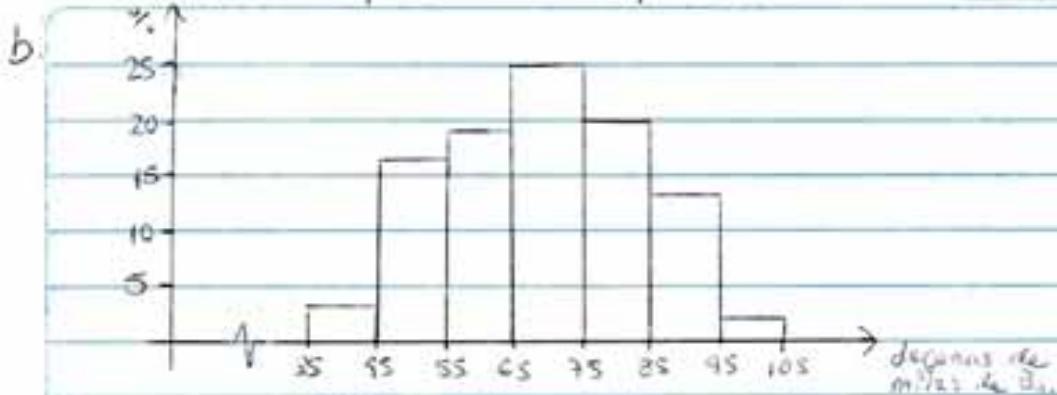
- b. i. $\bar{x}_{A(\text{nueva})} = 50 + 2 = 52$ dólares (por propiedades de \bar{x})
 ii. $s_{A(\text{nueva})} = s_A = 10$ dólares (por propiedades de s)

4. a.

| Salarios | f_i | f_{ri} | F_i | F_{ri} | m_i |
|----------|-----------|----------|-------|----------|-------|
| [35-45) | 3 | 0,0375 | 3 | 0,0375 | 40 |
| [45-55) | 13 | 0,1625 | 16 | 0,2000 | 50 |
| [55-65) | 15 | 0,1875 | 31 | 0,3875 | 60 |
| [65-75) | 20 | 0,2500 | 51 | 0,6375 | 70 |
| [75-85) | 16 | 0,2000 | 67 | 0,8375 | 80 |
| [85-95) | 11 | 0,1375 | 78 | 0,9375 | 90 |
| [95-105) | 2 | 0,025 | 80 | 1 | 100 |
| | <u>80</u> | <u>1</u> | | | |

SOLUCIÓN EXAMEN I

Distribución de los Sueldos
de los empleados de la Compañía XX



Fuente: Compañía XX

$$c. P_{75} = L_p + \left[\frac{n \cdot \left(\frac{h}{100} \right) - F_{ap}}{f_p} \right] \cdot c_p$$

$$= 75 + \left[\frac{80 \cdot \frac{75}{100} - 51}{16} \right] \cdot 10$$

$$\boxed{P_{75} = 80,625} \quad ó \quad \boxed{P_{75} = 806250 \text{ Bs}}$$

d. Medio:

$$\bar{x} = \frac{\sum m \cdot f}{n} = \frac{40 \cdot 3 + 50 \cdot 13 + 60 \cdot 15 + 70 \cdot 20 + 80 \cdot 16 + 90 \cdot 11 + 100 \cdot 2}{80}$$

$$\boxed{\bar{x} = 69,25} \quad ó \quad \boxed{\bar{x} = 692500 \text{ Bs}}$$

ii. Mediana:

$$Md = L_{Im} + \left(\frac{n/2 - F_{am}}{f_{am}} \right) \cdot c_{am} = 65 + \left(\frac{40 - 31}{20} \right) \cdot c_{am}$$

$$\boxed{Md = 69,5} \quad ó \quad \boxed{Md = 695000 \text{ Bs}}$$



SOLUCIÓN EXAMEN I

iii. Desviación Estándar:

$$s^2 = \sum_{i=1}^k \frac{m_i^2 \cdot f_i}{n} - \bar{x}^2$$

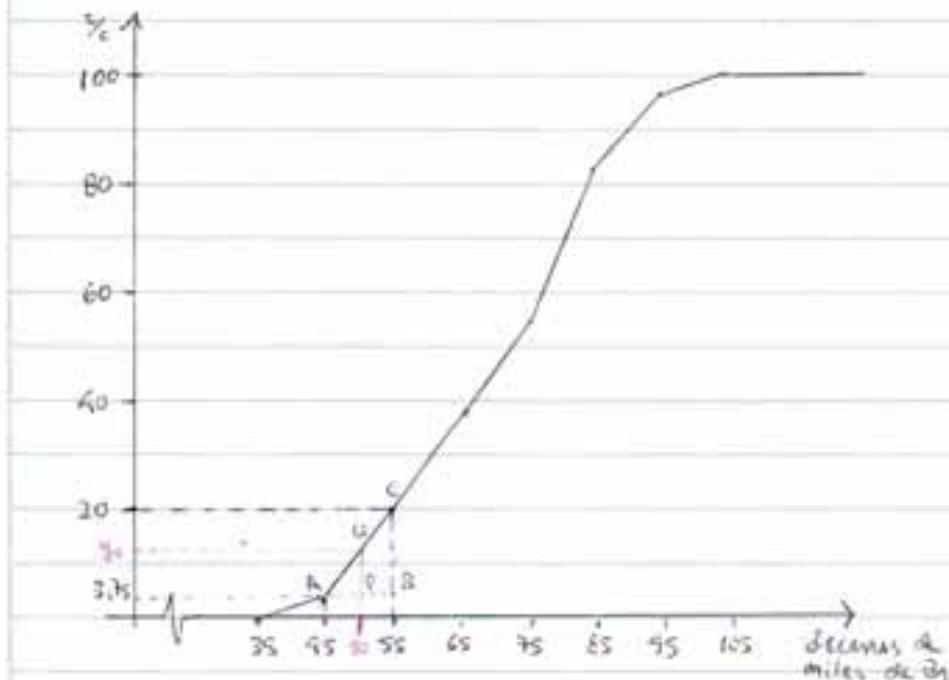
$$= \frac{40^2 \cdot 3 + 50^2 \cdot 13 + 60^2 \cdot 15 + 70^2 \cdot 20 + 80^2 \cdot 16 + 90^2 \cdot 11 + 100^2 \cdot 2}{80} - (87,25)^2$$

$$= 5010 - 4795,5625 \Rightarrow \boxed{s^2 = 214,4375}$$

Entonces, $s = \sqrt{214,4375}$

$$\boxed{s = 14,64368465} \quad \text{ó} \quad \boxed{s = 146436,846535}$$

4.



$$\frac{\overline{AP}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{PB}}{\overline{BC}}$$

$$\frac{5}{10} = \frac{y_0 - 3,75}{16,25}$$

$$\frac{5}{10} = \frac{y_0 - 3,75}{16,25}$$

$$\Rightarrow y_0 = \frac{5 \cdot 16,25}{10} + 3,75$$

$$y_0 = \boxed{11,875 \%}$$

SOLUCIÓN EXAMEN I



- f. Se ha observado que estos datos presentan poca dispersión ($S=146.436,895 \text{ m}$) y que no existen valores atípicos. Por tanto, se puede decir que la media ($\bar{x}=692500,01$) es representativa de estos datos.