

SOLUCIÓN EXAMEN PARCIAL II

Nombre: _____ Apellido: _____ C.I.: _____ Firma: _____ Fecha: 15/08/2005

ESTADÍSTICA I – EXAMEN II (Intensivo 2005)

Prof. Gudberto León

PARTE I: Marque con un círculo la respuesta correcta o llene los espacios en blanco (1 punto c/u):

1. Cuál de los siguientes es un resultado erróneo:
 - a. $P(A) = 0,45$
 - b. $P(A) = 0,60$ y $P(A^c) = 0,60$
 - c. $P(B) = 0,20$
 - d. $P(A \cup B) = 0,85$
 - e. $P(\Omega) = 1$
2. Sean F y G dos eventos mutuamente excluyentes, tales que $P(F) = 0,25$ y $P(G) = 0,38$. Entonces:
 - a. $P(G \cap F) = 0,095$
 - b. $P(G \cap F) = 1$
 - c. $P(G \cap F) = 0$
 - d. $P(G \cap F) = 0,63$
 - e. $P(G \cap F) = 0,535$
3. La probabilidad es un número que mide **EL CHANCE** de ocurrencia de un suceso.
4. Se ha calculado que la probabilidad de que un jugador A de la selección de baloncesto de la ULA convierta un tiro libre es de 0,7. Al comienzo de un juego el ha fallado sus primeros tres tiros libres. Usted puede concluir correctamente que:
 - a. Él convertirá en sus próximos siete tiros libres
 - b. Él encestará siete tiros libres seguidos durante algún juego de la temporada, pero no necesariamente en este juego
 - c. El jugador convierte un tiro libre cada siete juegos
 - d. No se puede decir con certeza cuantos tiros libres convertirá
 - e. El jugador convertirá exactamente 7 tiros libres de cada 10 lanzamientos
5. Al conjunto de valores que puede tomar una V.A. discreta acompañado de sus respectivas probabilidades se conoce como **DISTRIBUCIÓN DE PROBABILIDAD**

PARTE II:

NOTA:

- i. Recuerde que este es un examen de desarrollo por lo que **debe** incluir **todos** los pasos necesarios que justifiquen los resultados. Favor encerrar sus respuestas de forma tal que sea fácil de encontrarlas en su desarrollo. **Solamente** se responderán aquellas preguntas tendientes a aclarar enunciados de los problemas.
- ii. Las respuestas a las preguntas de la Parte II de este examen debe escribirlos en papel **tipo examen** (papel ministro) No son válidas las respuestas escritas en esta hoja de preguntas.
- iii. Debe definir de manera explícita y en términos del problema los eventos y variables aleatorias que utilice.

1. Sean Ay B dos eventos tales que $P(A) = 0,2$, $P(B) = 0,3$, y $P(A \cup B) = 0,4$

- a. Calcule $P(A \cap B)$
- b. Calcule $P(A^c \cup B^c)$
- c. Calcule $P(A^c \cap B^c)$
- d. Calcule $P(A^c \setminus B)$
- e. ¿Los eventos A y B son independientes? Justifique su respuesta.

(Tomado de Mendenhall-Scheaffer y Wackerly, Estadística Matemática con Aplicaciones. Pg.52)

(5 puntos)

2. La siguiente tabla refleja la información concerniente a los hábitos de los compradores y su posición con respecto a la publicidad del detergente “Blanco”.

	Compra	No Compra
Ve la Publicidad	5	25
No ve la Publicidad	15	55

Calcule:

- a. La probabilidad de que una persona escogida al azar de este grupo haya comprado el detergente.
- b. La probabilidad de que la persona haya comprado el detergente, dado que ha visto la publicidad.
- c. La probabilidad que la persona compre el detergente y no vea la publicidad.

(3 puntos)

3. Se selecciona al azar a un grupo de 3 personas de un total de 10 que incluye a 4 menores de edad. Sea X la variable aleatoria que representa el número de menores de edad en el grupo de personas seleccionadas.

- a. Obtenga la distribución de probabilidad de la V.A.X.
- b. Calcule el valor esperado de la V.A.X. Interprete en términos del problema.
- c. Halle $P(X = 4)$.
- d. Halle $P(2 < X \leq 4)$.
- e. Halle $\text{Var}(2X + 2)$.

(7 puntos)

FORMULARIO:

$$P(A \setminus B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$\begin{aligned} P(A \cap B) &= P(A \setminus B) * P(B) \\ &= P(B \setminus A) * P(A) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V(X) &= E[(X - \mu)^2] \\ &= E(X^2) - [E(X)]^2 \end{aligned}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \quad P(A^c \cap B) = P(B) - P(A \cap B) \quad P(A \cap B \cap C) = P(A) * P(B \setminus A) * P(C \setminus A \cap B)$$

$$E[X] = \sum_{x=0}^{\infty} x * P(X = x)$$

$$E[g(X)] = \sum_{x=0}^{\infty} g(x) * P(X = x)$$

SOLUCIÓN EXAMEN PARCIAL II

$$\textcircled{1} \quad P(A) = 0,2 \quad P(B) = 0,3 \quad P(A \cup B) = 0,4$$

a. $P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B)$
 $= 0,2 + 0,3 - 0,4 = 0,1$
 $\therefore \boxed{P(A \cap B) = 0,1}$

b. $P(A^c \cup B^c) = P(A \cap B)^c = 1 - P(A \cap B) = 1 - 0,1 = 0,9$
 $\therefore \boxed{P(A^c \cup B^c) = 0,9}$

c. $P(A^c \cap B^c) = P(A \cup B)^c = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,4 = 0,6$
 $\therefore \boxed{P(A^c \cap B^c) = 0,6}$

d. $P(A^c \setminus B) = \frac{P(A^c \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B) \cdot P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0,3 \cdot 0,1}{0,3} = 0,1$
 $\therefore \boxed{P(A^c \setminus B) = 0,1}$

4. $P(A) \cdot P(B) = 0,2 \cdot 0,3 = 0,06$

Como

$$P(A) \cdot P(B) = 0,06 \neq P(A \cap B) = 0,1$$

Entonces

A y B No son independientes

2) Sean los eventos:

C: Compran el Detoxigente

V: Ver la publicidad

a. $P(C) = \frac{20}{100} = \boxed{0,2}$

b. $P(C \setminus V) = \frac{5}{30} = \boxed{0,17}$

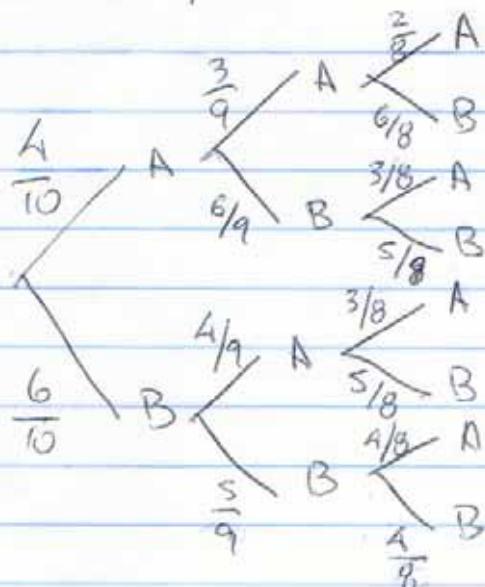
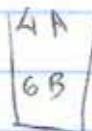
c. $P(C \cap V^c) = P(C) - P(C \cap V)$
 $= 0,2 - 0,05$
 $= \boxed{0,15}$

SOLUCIÓN EXAMEN PARCIAL II

3. X : Nro. de menores de edad en el grupo de personas seleccionadas

a. A: menor de edad

B: mayor de edad



$$\Omega = \{AAA, AAB, ABA, ABB, BAA, BAB, BBA, BBB\}$$

$$P(X=0) = P(BBB) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{120}{720}$$

$$P(X=1) = P(ABB) + P(BAB) + P(BBA) \\ = 3 \cdot \left(\frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} \cdot \frac{5}{8} \right) = 3 \cdot \frac{120}{720} \\ = \frac{360}{720}$$

$$P(X=2) = P(AAB) + P(ABA) + P(BAA) \\ = 3 \cdot \left(\frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8} \right) = \frac{216}{720}$$

X	0	1	2	3	
$P(X=x)$	$\frac{120}{720}$	$\frac{360}{720}$	$\frac{216}{720}$	$\frac{24}{720}$	
	0,17	0,5	0,3	0,03	

$$P(X=3) = P(AAA) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} = \frac{24}{720}$$

b. $E(X) = 0 \cdot 0,17 + 1 \cdot 0,5 + 2 \cdot 0,3 + 3 \cdot 0,03 \Rightarrow E(X) = 1,59$

c. $P(X=4) = 0$

d. $P(2 < X \leq 4) = P(X=3) + P(X=4) = P(X=3) = 0,03$

e. $V_{\text{Var}}(2X+2) = 2^2 V_{\text{Var}}(X)$

Si $V_{\text{Var}}(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

pero, $E(X^2) = 0^2 \cdot 0,17 + 1^2 \cdot 0,5 + 2^2 \cdot 0,3 + 3^2 \cdot 0,03$

$\boxed{E(X^2) = 1,97}$

Así, $V_{\text{Var}}(X) = 1,97 - 1,59^2 = 0,5539$

finalmente,

$$V_{\text{Var}}(2X+2) = 4 V_{\text{Var}}(X)$$

$$= 4 \times 0,5539$$

$$\boxed{V_{\text{Var}}(2X+2) = 2,22}$$

