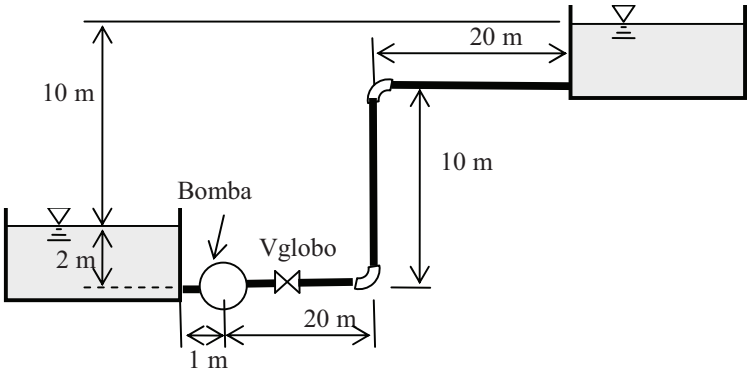
Problema 3

Si la razón de flujo de agua a 30°C través de una tubería de hierro forjado de 10 cm de diámetro, mostrada en la figura, es de 0.04 m^3/s, calcule la potencia de la bomba y la presión a la salida de la bomba. Utilice el método del coeficiente de pérdida de carga.

(5 puntos)



SOLUCION

Cálculo de Potencia de Bomba: Con la ecuación de Bernoulli generalizada entre las dos superficies de los tanques (1) y (2)

$$\frac{P_1}{\rho g}+\frac{V_1^2}{2g}+z_1+h_w-h_L=\frac{P_2}{\rho g}+\frac{V_2^2}{2g}+z_2$$

Donde:

$P_1=P_2=0$ Presiones manométricas

$V_1=V_2=0$ suponiendo áreas de tanques suficientemente grandes

$Z_2-Z_1=10$ m

$h_L=f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}+\sum K_i\frac{V^2}{2g}=\left(f\frac{L}{D}+K_{ent}+K_{VG}+2K_{codo}+K_{sal}\right)\frac{V^2}{2g}$

$L=1+20+10+20=51$

$V=\frac{Q}{A}=\frac{4Q}{\pi D^2}=\frac{4x0.04}{\pi x0.1^2}$ $\qquad V=5.093$ m/s

De tablas para agua a 30°C:

$\rho=995.7$ Kg/m^3, $\mu=0.801x10^{-3}$ Ns/m^2

$Re=\frac{\rho VD}{\mu}=\frac{995.7x5.093x0.1}{0.801x10^{-3}}$ $\qquad Re=6.33x10^5$

$\frac{e}{D}=0.0004$ de grafica

En diagrama de Moody:

$$f\cong 0.017$$

De tabla para coeficiente de pérdidas secundarias:

$K_{ent}=0.5;\ K_{VG}=5.7;\ K_{codo}=0.64;\ K_{sal}=1$

Se supone válvula abierta, entrada común y accesorios roscados.

Por tanto:

$h_L=\left(f\frac{L}{D}+K_{ent}+K_{VG}+2K_{codo}+K_{sal}\right)\frac{V^2}{2g}=\left(\frac{0.017x51}{0.1}+5.7+2x0.9+1\right)\frac{5.093^2}{2x9.81}$

$h_L=22.67$ m

Finalmente:

$$h_w=z_2-z_1+h_L=10+23.36$$

$h_w=32.67$ m

$$\dot{W}=\rho gQh_w=995.7x9.81x0.04x33.36$$

$\dot{W}=12.77$ KW

Cálculo de Presión de salida de Bomba: Con la ecuación de Bernoulli generalizada entre la salida de la bomba (S) y la superficie del tanques (2)

$$\frac{P_S}{\rho g}+\frac{V_S^2}{2g}+z_S+h_w-h_L=\frac{P_2}{\rho g}+\frac{V_2^2}{2g}+z_2$$

Donde:

$P_2=0$ Presiones manométricas

$V_2=0$ suponiendo áreas de tanques suficientemente grandes

$V_A=V=5.093$ m

$Z_2-Z_1=12$ m

$h_w=0$

$h_L=f\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g}+\sum K_i\frac{V^2}{2g}=\left(f\frac{L}{D}+K_{VG}+2K_{codo}+K_{sal}\right)\frac{V^2}{2g}$

$L=20+10+20=50$

Por tanto:

$h_L=\left(f\frac{L}{D}+K_{VG}+2K_{codo}+K_{sal}\right)\frac{V^2}{2g}=\left(\frac{0.017x50}{0.1}+5.7+2x0.9+1\right)\frac{5.093^2}{2x9.81}$

$h_L=21.79$ m

Finalmente:

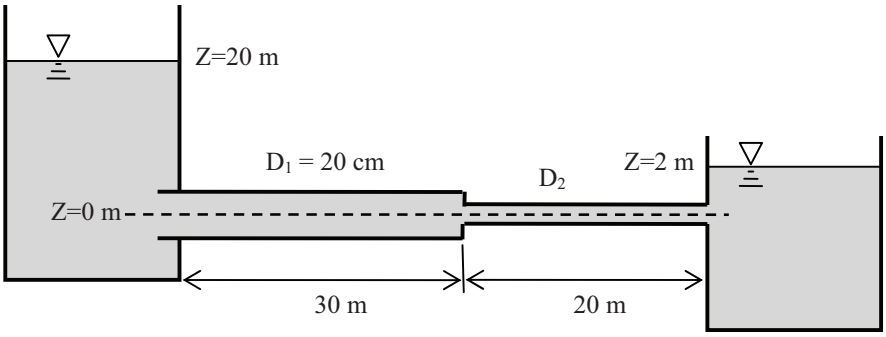
$$P_S=\left(z_2-z_S-\frac{V_S^2}{2g}+h_L\right)\rho g$$

$$P_S=\left(12-\frac{5.093^2}{2x9.81}+22.475\right)995.7x9.81$$

$P_S=317.11$ KPa

Problema 4

La figura muestra un sistema en donde fluye agua a 20°C entre dos depósitos a razón de 0.06 m^3/s. Determine el diámetro mínimo D_2 con el cual no se produce cavitación al final de esa tubería. Utilice le método de la longitud equivalente.



(5 puntos)

SOLUCION

Para que no se produzca cavitación a la salida de la tubería 2, se debe garantizar que la presión sea superior a la presión de vapor de agua a esa temperatura:

De tabla $P_V = 2.34$ KPa absoluta.

$\rho = 998.2$ kg/m^3; $\mu = 1.005x10^{-3}$ N-s/m^2.

Con la ecuación de Bernoulli generalizada entre la superficie del tanque (1) y la salida de la tubería (2) tenemos:

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + h_w - h_L = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2$$

$P_1 = 101.3$ KPa absoluta

$V_1 = 0$

$Z_1 - Z_2 = 20$ m

$h_w = 0$ no hay bombas o turbinas

$P_2 = P_V = 2.34$ KPa absoluta

$h_L = f_1 \frac{(L_1+L_{e1})}{D_1} \frac{{V_{T1}}^2}{2g} + f_2 \frac{(L_2+L_{e2})}{D_2} \frac{{V_2}^2}{2g}$

Por tanto para que no exista cavitación

$$P_2 < P_1 - \rho g \left(\frac{{V_2}^2}{2g} + h_L - (z_1 - z_2) \right)$$

$$P_2 < P_1 - \rho g \left(\frac{{V_2}^2}{2g} + f_2 \frac{(L_2 + L_{e2})}{D_2} \frac{{V_2}^2}{2g} + f_1 \frac{(L_1 + L_{e1})}{D_1} \frac{{V_{T1}}^2}{2g} - (z_1 - z_2) \right)$$

Donde:

Primer tramo (diámetro fijo):

$L_1 = 30$ m

$L_{e1} = L_{entrada} + L_{contracción} = 6' + 3' = 9'$ Para la contracción se supone $\frac{d}{D} = \frac{1}{4}$ que es la peor condición deberá verificarse posteriormente.

$V_{T1} = \frac{4Q}{\pi D_1^2} = \frac{4x0.06}{\pi x 0.2^2} = 1.909$ m/s

$$Re_1 = \frac{\rho V_{T1} D_1}{\mu} = \frac{998.2x1.909x0.2}{1.005x10^{-3}} = 3.79x10^5$$

Si suponemos acero comercial:

$$\frac{e}{D} = 0.0002$$

En diagrama de Moody $f_1 \cong 0.016$

Segundo tramo (diámetro a calcular):
$L_2 = 20$ m
$L_{e2} = 0$ No hay accesorios en segundo tramo

Probamos con un tubo de $D_2 = 4" = 0.1016$ m
$V_2 = \frac{4Q}{\pi D_2^2} = \frac{4x0.06}{\pi x0.1016^2} = 7.4$ m/s
$Re_2 = \frac{\rho V_2 D_2}{\mu} = \frac{998.2x7.4x0.1016}{1.005x10^{-3}} = 7.4683x10^5$
Si suponemos acero comercial:
$\frac{e}{D} = 0.0004$
En diagrama de Moody $f_1 \cong 0.017$
Por tanto obtenemos:

$$h_L = 9.83 \text{ m}$$

$P_2 < 173.56$ KPa Tubería SI sirve.

Probamos un diámetro de tubería más pequeño de $D_2 = 2" = 0.0508$ m
$V_2 = \frac{4Q}{\pi D_2^2} = 29.6$ m/s
$Re_2 = \frac{\rho V_2 D_2}{\mu} = 1.49x10^6$
Si suponemos acero comercial:
$\frac{e}{D} = 0.0008$
En diagrama de Moody $f_1 \cong 0.018$
Por tanto obtenemos:

$$h_L = 317.01 \text{ m}$$

$P_2 > -3244.5$ KPa Tubería NO sirve.

Probamos un diámetro de tubería más grande de $D_2 = 3" = 0.0762$ m
$V_2 = \frac{4Q}{\pi D_2^2} = 13.157$ m/s
$Re_2 = \frac{\rho V_2 D_2}{\mu} = 9.9610^5$
Si suponemos acero comercial:
$\frac{e}{D} = 0.0006$
En diagrama de Moody $f_1 \cong 0.018$
Por tanto obtenemos:

$$h_L = 42.17 \text{ m}$$

$P_2 > -202.18$ KPa Tubería NO sirve.

Probamos un diámetro de tubería más grande de $D_2 = 3$ ½ ” $= 0.0889$ m
$V_2 = \frac{4Q}{\pi D_2^2} = 9.666$ m/s
$Re_2 = \frac{\rho V_2 D_2}{\mu} = 8.54x10^5$
Si suponemos acero comercial:
$\frac{e}{D} = 0.0007$
En diagrama de Moody $f_1 \cong 0.0175$
Por tanto obtenemos:

$$h_L = 19.24 \text{ m}$$

$P_2 < 62.15$ KPa Tubería SI sirve.

Por lo tanto se debe utilizarse una tubería de 3 ½ ” si nos limitamos a diámetros comerciales.
En cuanto a la contracción, esta es un poco superior a ½ en lugar de ¼, sin embargo como la escogida genera una longitud equivalente mayor, no me afecta la escogencia.