$\int sen(x)\cos(x)dx$

Prof. Eduardo Rondón

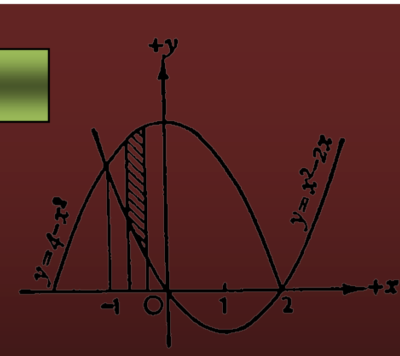
UNIVERSIDAD DE LOS ANDES
VENEZUELA

Prof. EDUARDO RONDÓN

$\int_0^1 \arctan(x)\,dx$

PROBLEMARIO DE CÁLCULO 10 Y CÁLCULO 20

$r = 2sen(2\theta)$



$$\frac{dy}{dx} = \pi x e^x \frac{dy}{dx} + 5$$

CÁLCULO 10

CONJUNTOS Y SISTEMAS NUMÉRICOS

1) Sea A: {5, -1, 4, 2}, B:{1, 2, 3} y C:{Δ, □, o}

Calcule: a) $A \cup B$, b) $A \cap B$, c) $A \cup C$, d) $A \cap C$, e) $B \cup C$ f) $B \cap C$, g) $(A \cup B) \cap C$, h) $A \cup (B \cap C)$, i) $A \cap (B \cup C)$ j) $(A \cap B) \cup C$, k) $A \cup (B \cup C)$, l) $(A \cup B) \cup C$, ll) $A \cap (B \cap C)$, m) $(A \cap B) \cap C$, n) $\mathbb{R} \cup$ C, ñ) $\mathbb{Q} \cap$ B, o) $\mathbb{R} \cap \mathbb{N}$, p) $\mathbb{R} \cup \mathbb{N}$, q) $\mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$ r) $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I}$, s) $\mathbb{J} \cap$ B, t) $\mathbb{C} \cap \mathbb{R}$, u) $\mathbb{I} \cup$ A, v) C $\cap \mathbb{I}$, w) $(A \cup B) \cap (C \cap A)$, x) $\mathbb{I} \cap \{\pi, -\pi\}$,

y) $C \cap \{0, 2, 1, \pi, 4, \frac{1}{2}\}$, z) $\mathbb{Q} \cap \{\pi, -\pi\}$

2) Indique si las siguientes aseveraciones son verdaderas o falsas:

a) $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \mathbb{R}$
b) A $\subseteq \mathbb{Z}$
c) C $\subseteq \mathbb{R}$
d) $\mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}$
e) $\mathbb{R} \cup$ C = $\mathbb{R} \cup$ {Δ, □}
f) B $\subseteq$ A
g) $1 \neq 0$
h) {1, 3, -3} = {0}
i) $\mathbb{R} \neq \mathbb{Q} \cap \mathbb{I}$
j) $\mathbb{R} \neq \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$
k) $\frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$, Explique
l) $1 \notin \mathbb{I}$, Explique
ll) $2i \in$, $\mathbb{N}$ Explique
m) $\{\sqrt{2}, i, 5\} \subseteq \mathbb{I}$ Explique
n) $\left\{\sqrt{3}, -2i, \frac{1}{2}, 99\right\} \cap \mathbb{Q} = \left\{\frac{1}{2}, 99\right\}$ Explique

3) Escriba los siguientes números complejos de la forma binómica o rectangular z = a+bi

a) $z = (1+2i)(1-3i)$

b) $z = i^2(2-5i)$

c) $z = i\sqrt{-1} + 3i - 9i$

d) $z = \sqrt{-4}(25-4i) + 5i^3$

e) $z = \sqrt{-25}\ i + (\sqrt{-16}\ i)^4$

f) $z = \dfrac{1+2i}{3-7i}$

g) $z = \dfrac{4\sqrt{-16}+5}{4i}$

h) $z = \dfrac{31+5i^7}{3-4}$

i) $z = (3+4i)(i^3 - 5i)(\dfrac{3-8i}{\sqrt{3+5}})$

j) $z = 3e^{\frac{-\pi}{3}i}$

k) $z = \sqrt{2}\ ie^{\pi/6}$

l) $z = (6-9i)e^{2\pi/6}$

ll) $z = \left(\dfrac{3-\frac{1}{2}i}{\sqrt{-4}}\right)i^3 sen(\pi/2)$

m) $z = \left(5i^9\ \dfrac{e^{\pi/4}}{\cos(\pi/4)}\right)e^{-i\pi/6}(1-3i)$

4) Escriba los siguientes números complejos en la forma polar: $z = |z|e^{\pm i\theta}$ y represéntelos gráficamente.

a) $z = 2-2i$

b) $z = \dfrac{3}{2} + 3\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$

c) $z = \dfrac{\sqrt{24}}{2} - 3\dfrac{\sqrt{8}}{2}i + \dfrac{\sqrt{32}}{2}i$

d) $z = (\sqrt{8}i - 2i)3i^3$

ECUACIONES E INECUACIONES

1) Indique cuales son las posibles raíces, las raíces y además escriba en forma factorizada los siguientes polinomios:

$a)\quad x^3+3x^2-x-3 \qquad b)\quad 2x^4+5x^3-28x^2-15x$

$c)\quad 4x^5-8x^4-72x^3+72x^2-76x+80$

$d)\quad -5+3x^2-2x+10 \qquad e)\quad 21-2x^4+17x^2+24x+16x^3+4x^4$

$f)\quad t^8-4t^6+t^7-4t^5+3t^4+3t^3$

$g)\quad x^4-x^2+5 \qquad h)\quad 2a^5+a^3-6a$

$i)\quad (x-2)(x^2+3-2)(\frac{x}{3})$

2) Resuelva las siguientes ecuaciones e inecuaciones:

$a)\quad x^2-2x=3$

$\text{Re}: x_1=3;\ x_2=-1$

$b)\quad -8x^4+8x^5-70x^3+72x^2-76x=4x^5+2x^3-80$

$\text{Re}: x_1=-i,\quad x_2=i,\quad x_3=-4,\quad x_4=5,\quad x_5=1$

$c)\quad 9x^6+60x^5-56x^4-742x^3-73x^2+1642x=840$

$\text{Re}: x_1=3,\quad x_2=-5,\quad x_3=1,\quad x_4=-7/3,\quad x_5=2/3,\quad x_6=-4$

$d)\quad \frac{x}{3}-2x+8=x-45$

$\text{Re}: x=\frac{159}{8}$

$e)\quad x^2 - 2x^2 = x + 5$

$\text{Re}: x_1 = -1/2 - \frac{\sqrt{19}}{2} i\,, \qquad x_2 = x_1 = -1/2 + \frac{\sqrt{19}}{2} i$

$k)\quad \frac{2x^3 + 17x^2 - 7x - 120}{x^3 - x} = 0$

$\text{Re}: x_1 = 5/2 \quad x_2 = -3, \quad x_3 = -8$

$f)\quad 3l^3 - 5l = l^2 + l$

$l_1 = 0, \quad l_2 = \frac{1 + \sqrt{73}}{6}, \quad l_3 = \frac{1 - \sqrt{73}}{6}$

$g)\quad 3a - \frac{2}{a} = 5a$

$a_1 = -i, \quad a_2 = i$

$h)\quad \frac{x - 2}{x} = 0$

$x = 2$

$i)\quad x^2 - 3 = x^2 + 1$

$\text{Re}: \Phi$

$j)\quad x^4 - 3x^4 + 5 + 2x^4 + 5 = 10$

$\text{Re}: R$

$k)\quad x - 2 < 0$

$\text{Re}: (-\infty, 2)$

$l)\quad 3x + 5 > 0$

$\text{Re}: (-5/3, +\infty)$

$ll) \quad x+12 \geq 3$
$\text{Re}: [-9, +\infty)$

$m) \quad x^2+4>5$
$\text{Re}: (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

$n) \quad x^2-1<0$
$\text{Re}: (-1, 1)$

$ñ) \quad 2x^2 \geq 2$
$\text{Re}: (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

$o) \quad x^2+2 \leq 3$
$\text{Re}: [-1, 1]$

$p) \quad \dfrac{(x+5)}{x} < 0$
$\text{Re}: (-5, 0)$

$q) \quad \dfrac{x^4-x^3-2x^2}{x} \geq 0$
$\text{Re}: [-1, 0) \cup [\ 2, +\infty)$

$r) \quad \dfrac{1}{x-2} < x$
$\text{Re}: (1-\sqrt{2}\ , 2) \cup (\sqrt{2}+1, +\infty)$

$s) \quad \dfrac{(x-2)(x+5)x}{x^3+4x^2+4x} \leq 0$
$\text{Re}: [-5, -2) \cup (-2, 0) \cup (0, 2]$

$t) \quad |x| - 4 = 0$

$\mathrm{Re}: x_1 = 4, \quad x_2 = -4$

$u) \quad |x - 2| = 5$

$\mathrm{Re}: x_1 = -3, \quad x_2 = 7$

$v) \quad |x + 5| = 1$

$\mathrm{Re}: x_1 = -4, \quad x_2 = -6$

$w) \quad |3x - 2| = 5$

$\mathrm{Re}: x_1 = 7/3 \quad x_2 = -1$

$x) \quad |x - 6| = -1$

$\mathrm{Re}: \Phi$

$y) \quad x - |-4| = 6$

$\mathrm{Re}: x = 10$

$z) \quad |x| = 3$

$\mathrm{Re}: x = 3 \quad x = -3$

$\alpha) \quad |3x^2 - 3| = -9$

$\mathrm{Re}: \Phi$

$\beta) \quad |-2x^2 + 5x| - x = 4x - 2$

$\mathrm{Re}: x_1 = 5/2 + 1/2\sqrt{21} \quad x_2 = 1$

$\chi) \quad \left|\dfrac{3x - 2}{x + 5}\right| = 7$

$\mathrm{Re}: x_1 = -37/4 \quad x_2 = -33/10$

$\delta)\quad |x-|<2$

$\mathrm{Re}:(0,4)$

$\varepsilon)\quad |3x+7|>2$

$\mathrm{Re}:(-\infty,-3)\cup(-5/3,+\infty)$

$\phi)\quad |3x-2\,|\,x+5\,|-2|=3x$

$\mathrm{Re}:x=3$

$\gamma)\quad |x-2|+|x|\le x$

$\mathrm{Re}:x=2$

$\eta)\quad |x-3|\ge 3+|2x+5|$

$\mathrm{Re}:[-5,-5/3]$

$\iota)\quad \left|\dfrac{x-2}{x}\right|\le 3-5x$

$\mathrm{Re}:\left(-\infty,\dfrac{1-\sqrt{11}}{5}\right]$

$\kappa)\quad |-2x+8\,|\,x\,\|<3$

$\mathrm{Re}:(-3/10,1/2)$

$\lambda)\quad |x^2-x+1|-x\ge 0$

$\mathrm{Re}:(-\infty,0)\cup(1,+\infty)$

$\mu)\left|\dfrac{3x-5}{x+5}\right|-|7x|<|-2|$

$\mathrm{Re}:(-\infty,-3/4)\cup(3/10,+\infty)$

MATRICES

1) Indique el orden de las siguientes matrices:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} \Delta & \square \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 2 & -3 & -6 \\ s & 3 & 6 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 9 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

e) $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

f) $\begin{pmatrix} 1 \\ a \\ -7 \end{pmatrix}$

2) Indique si las siguientes igualdades son verdaderas:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 3-3 \\ \ln(1) & \frac{5}{5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 3 & 6 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

d) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

3) Encuentre los valores para x,y,z,w

a) $\begin{pmatrix} x & y^2 \\ z/2 & w-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 2x & -y \\ z & w \\ t & l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3x+1 & y/7 \\ 4 & 5 \\ 3 & 2l-2 \end{pmatrix}$

4) Calcule:

a) $(AB - C^T)I$

b) $H^{-1}C^T + adj(A)$

c) $(C + l^{T^T})k$

d) $|A|(A + adj(B))$

e) $|A|\ k^T\ |B|$

f) $1/2|F|H^{-1}IH$

g) $adj(l)|C|^3 - A + H$

h) $Hk - k$

i) $(F - 2I)|B|$

Donde:

$A = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -6 \end{pmatrix}$ $C = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ $l = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

$$H=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 0 & 1\end{pmatrix}\quad k=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 2 & -1 & 3\end{pmatrix}\quad F=\begin{pmatrix}1 & 0 & 3 & 1\\ 3 & 2 & 2 & 1\\ 1 & 0 & 1 & 1\\ 1 & 2 & 1 & 2\end{pmatrix}$$

5) Resuelva los siguientes sistemas de ecuaciones usando los métodos de a) Gauss-Jordan y b) Cramer

a) $\begin{array}{l} 2x-3y=5\\ 4x=7y-2\end{array}$ Re: $\begin{cases} x=\dfrac{41}{2}\\ y=12\end{cases}$

b) $\begin{array}{l} w=t-5\\ 6=2w+2t\end{array}$ Re: $\begin{cases} t=4\\ w=-1\end{cases}$

c) $\begin{array}{l} x-2z=2z\\ 2y-5=3x+2z\\ 2x-5y+3z=5\end{array}$ Re: $\begin{cases} x=\dfrac{-35}{12}\\ y=\dfrac{-125}{48}\\ z=\dfrac{-35}{48}\end{cases}$

d) $\begin{array}{l} l-2r+s=0\\ 2l-5f=3+r-5l\\ l=3l+2-f\end{array}$ Re: $\begin{cases} r=\dfrac{-11}{3}\\ f=\dfrac{-38}{9}\\ l=\dfrac{-28}{9}\end{cases}$

e) $\begin{array}{l} l-2r+s=0\\ 2l-5f=3+r-5l\\ l=3l+2-f\end{array}$ Re: $\begin{cases} r=\dfrac{-11}{3}\\ f=\dfrac{-38}{9}\\ l=\dfrac{-28}{9}\end{cases}$

f) $\begin{array}{l} 3x-2y=5z-t+5 \\ t=2y-3x+z-1 \\ 2x-3y=3t-5z+1 \\ 7x-y=3y+z-t+2 \end{array}$ Re: $\begin{cases} x=1 \\ z=\dfrac{-3}{2} \\ y=1 \\ t=\dfrac{-7}{2} \end{cases}$

g) $\begin{array}{l} x+2y+2z=0 \\ 2x+5y+7z=0 \\ 3x+6y+6z=0 \end{array}$ Re: $\left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = z\begin{pmatrix} 4 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix} \right.$

h) $\begin{array}{l} x+2y+2z=0 \\ 2x+5y+7z=0 \\ 3x+6y+6z=-2z \end{array}$ Re: $\begin{cases} x=0 \\ z=0 \\ y=0 \end{cases}$

i) $\begin{array}{l} 2x+3y+z=3y+z+3 \\ 3y+x-3y=1 \\ 2z-5y=-5y+2z \end{array}$ Re: Φ

j) $\begin{array}{l} x_1+x_2+2x_3+2x_4+x_5=1 \\ 2x_1+2x_2+4x_3+4x_4+3x_5=1 \\ 2x_1+2x_2+4x_3+4x_4+2x_5=2 \\ 3x_1+5x_2+8x_3+6x_4+5x_5=3 \end{array}$ Re: $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = x_3\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_4\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

k) $\begin{array}{l} 2x-3y=z-2+5y \\ y-z+=x-3 \\ x-2y+2z=-5z+8 \end{array}$ Re: $\begin{cases} x=\dfrac{11}{13} \\ z=\dfrac{38}{39} \\ y=\dfrac{112}{39} \end{cases}$

CÓNICAS

1) Grafique las siguientes cónicas, escribiendo la ecuación general y la ecuación canónica, indicando los cortes con los ejes, excentricidad, distancia focal y semieje mayor.

a) $x^2 + y^2 - 4x - 10y - 20 = 0$

b) $-2x = -3 - y^2 - x^2$

c) $x^2 - 2y + y^2 + 10x + 29 = \sqrt{2}$

d) $x^2 + y^2 + \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}y = \frac{5}{2}$

e) $x^2 + 4y^2 - 1 = 0$

f) $\frac{2x^2}{3} + \frac{3y^2}{5} = 2$

g) $\frac{2x^2}{3} + \frac{3y^2}{5} = 2$

h) $9x^2 - 18x + 4y^2 + 16y = 11$

i) $x^2 = 4y$

j) $x^2 - 2x - 7 - 8y = 0$

k) $x^2 - 10x + 13 - 6y = 0$

l) $-x^2 - 2x - 1 = 4y - 8$

m) $y^2 + \frac{3}{2}x + 2y + \frac{5}{2} = 0$

n) $4x - 6 - 2x = -4y^2 + 4x - 4y - 1$

ñ) $\frac{2}{5}x^2 - 3y^2 = \frac{4}{5}x + \frac{13}{5} + 6y$

o) $-x^2 = y^2 + 5$

p) $-3x^2 + 2y^2 - 4y = 6 - 4y$

q) $-x^2 + 4x - 4 = y^2 2y + 1$

r) $\sqrt{3}x^2 + 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3}x - y^2 - 1 + 2y = \sqrt{3}$

s) $4y^2 - 3x^2 - 2x - \frac{1}{3} = 12$

Nota: Recuerde que para el caso de una elipse $e=\sqrt{1-\frac{b^2}{a^2}}; \quad f=ae$

Mientras que para el caso de una parábola con ecuación canónica

$(x-h)^2=4p(y-k); \quad y=f(h,k+p)$

Mientras que para el caso de una hipérbola paralela al eje de las ordenadas

$e=\sqrt{1+\frac{b^2}{a^2}}; \quad c=\sqrt{b^2+a^2} \quad f(h,k+c); \quad f(h+c,k-c)$

VECTORES

1) Grafique los siguientes puntos en el plano cartesiano:

$$\text{P}(1,2);\ \text{Q}(0,1);\ \text{R}(3,-1);\ \text{S}(-2,3);\ \text{T}\left(\frac{1}{2},\frac{3}{4}\right);\ M\left(-5,\frac{2}{3}\right);\ U(3,0);\ J\left(\frac{-4}{2},\frac{-7}{2}\right);\ H(0,0);\ G(-5,0)$$

2) Grafique los siguientes vectores:

$a)\ \vec{r} = 2\hat{i} - 2\hat{j}$

$b)\ \vec{f} = -3\hat{i} + 5\hat{j}$

$c)\ \vec{A} = -\frac{3}{4}\hat{j}$

$d)\ \vec{B} = -1\hat{i} + 5\hat{j}$

$e)\ \vec{\rho} = 2\hat{i} - 2\hat{j}$

$f)\ \vec{\mu} = \frac{-1}{2}\hat{i} - \frac{4}{5}\hat{j}$

$g)\ \vec{z} = \vec{r} - \vec{B}$

$h)\ \vec{w} = \vec{r} + \vec{B}$

$i)\ \vec{y} = \vec{B} - \vec{r}$

3) Realice las siguientes operaciones vectoriales:

$a)\ (\vec{A} + \vec{B}) \cdot \vec{M}$

$b)\ \vec{F} \times (\vec{B} - \vec{A})$

$c)\ 2\,\vec{t} \cdot \vec{B}$

$d)\ \vec{M} \times \vec{A} - \vec{t}$

Donde:

$$\vec{A} = -2\hat{i} - 3\hat{j} - 5\hat{k}$$
$$\vec{t} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 1\hat{k}$$
$$\vec{M} = \frac{5}{2}\hat{i} + 3\hat{j} - \frac{4}{3}\hat{k}$$
$$\vec{B} = \frac{3}{2}\hat{i} + \frac{2}{\sqrt{3}}\hat{j} - 6\hat{k}$$
$$\vec{F} = \frac{1}{2}\hat{i} - 2\hat{j}$$

4) Encuentre el modulo, dirección y sentido de los vectores dados en el problema anterior.

5) Un automóvil recorre hacia el este una distancia de 50 Km, después, hacia el norte, 30 Km y luego, en dirección 30° al este del norte, 25 Km. Trazar el diagrama de vectores y determinar el desplazamiento total del automóvil medido desde su punto de partida.

6) Una partícula experimenta tres desplazamientos consecutivos en un plano, como sigue: 4 m al suroeste, 5 m al este, 6 m en una dirección a 60° al norte del este. Obtenga: a) Las componentes de cada desplazamiento. b) Las componentes del desplazamiento resultante. c) La magnitud dirección y sentido del desplazamiento resultante y d) el desplazamiento que se requeriría para regresar la partícula al punto de partida.

7) Encontrar la suma de los vectores de desplazamiento A y B.

A_x=2, A_y=-1, A_z=3; B_x=3; B_y=3/2; B_z=-1

Rectas

1) Encuentre la pendiente y los cortes con el eje y de las rectas:

$a) l: 2x+3y-1=0$

$b) l: y=\frac{2}{3}x-\frac{5}{4}$

$c) l_1: \frac{3}{\sqrt{2}}x-3y=3x-2y+1$

$d) l_2: 4x-2y=3$

2) Indique si los puntos P(0,-2), U(1,1), Y(2,-3), A(2,4) pertenecen o no a la recta L: y=3x-2.

3) Encuentre la ecuación de la recta de forma implícita y explicita de la recta que pasa por los puntos A(2,3) y B(0,1).

4) Encuentre la ecuación de la recta que pasa por $\eta(1,-1)$ y que tiene pendiente m=2.

5) Encuentre la ecuación de la recta que pasa por el punto Q(1,2) y que es paralelo a L_1: 2x-5y=1.

6) Encuentre la ecuación de la recta que pasa por el origen y que es perpendicular a L_2: x-y+1=0.

7) Sea L_1: 2x-3y+2=0 y P(1,1). Encuentre la distancia entre P y L_1.

8) Encuentre la ecuación de la rectas que sea paralela a L_1 y que pasa por el origen y por T(1,-1) y la ecuación de la recta que es perpendicular a L_2 y que pasa también por estos puntos.

Funciones

1) Encuentre el dominio de las siguientes funciones:

$a)\, f(x)=\ln(x+1)$ $\quad \operatorname{Re} sp:(-1,+\infty)$ $\quad b)\, g(x)=\sqrt{x+3}$ $\quad \operatorname{Re} sp:[-3,+\infty)$

$c)\, f(x)=\dfrac{x-5}{x+4}$ $\quad \operatorname{Re} sp:\Re-\{-4\}$ $\quad d)\, h(x)=\ln(x^2-1)$ $\quad \operatorname{Re} sp:(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$

$e)\, \rho(x)=\dfrac{x+3}{x^3-x}$ $\quad \operatorname{Re} sp:\Re-\{-1,0,1\}$

$f)\, M(x)=\dfrac{3}{\ln(x^2-5)}$ $\quad \operatorname{Re} sp:$ $\quad (-\infty,-\sqrt{6})\cup(-\sqrt{6},-\sqrt{5})\cup(\sqrt{5},\sqrt{6})\cup(\sqrt{6},+\infty)$

$g)\, z(x)=sen(x)-Tg(x)+x-3$ $\quad \operatorname{Re} sp:\Re-\left\{\dfrac{n\pi}{2};n \quad es\ impar\right\}$

$h)\, L(x)=\sec(x)$ $\quad \operatorname{Re} sp:\Re-\left\{\dfrac{n\pi}{2};\, n\ es\ impar\right\}$

$i)\, \tilde{n}(x)=\sqrt{\ln\left(\dfrac{x(x-3)}{(x+5)}\right)}$ $\quad \operatorname{Re} sp:(-5,-1]\cup[5,+\infty)$

$j)\, \Gamma(x)=\arctan(x+\pi)$ $\quad \operatorname{Re} sp:\left(-\dfrac{3\pi}{2},-\dfrac{\pi}{2}\right)$

$k)\, \mu(x)=\dfrac{arcsen(x)-\arctan(x-\pi)}{x}$ $\quad \operatorname{Re} sp:[-1,0)\cup(0,1]\cup\left(\dfrac{\pi}{2},\dfrac{3\pi}{2}\right)$

$l)\, f(x)=e^{3x-sen(x)}+e^{\sqrt{1/x}}$ $\quad \operatorname{Re} sp:(0,+\infty)$

2) Sea:

$a)\ f(x) = x^2 - 5$

$b)\ f(x) = sen(x) - 3$

$c)\ f(x) = \ln(x-3) + 5$

$d)\ f(x) = e^{x+3} - 2$

$e)\ f(x) = (x-3)^3 + 2$

$f)\ f(x) = |\cos(x)| - \frac{3}{2}$

$g)\ f(x) = \sqrt{x} - 2$

$h)\ f(x) = 2x - 5$

$i)\ f(x) = \tan(x)$

$j)\ f(x) = 3sen(x+3) + 3$

$k)\ f(x) = e^{2x} - 5$

$l)\ f(x) = 4$

$m)\ f(x) = \ln(x) + 3$

$n)\ f(x) = arcsen(x) - 2$

$ñ)\ f(x) = (x+2)^2 - 3$

$o)\ f(x) = \frac{1}{x-3} + 5$

$p)\ f(x) = \csc(x) - 3$

$q)\ f(x) = ctg(x+3)$

$r)\ f(x) = \frac{1}{(x-3)^2} + 1$

$s)\ f(x) = x - \ln(2)$

$$t)\ f(x) = \begin{cases} 1/4 & si \quad x < 0 \\ \frac{1}{(x-2)^2} & si \quad 0 < x \le 4 \\ x^2 + 2 & si \quad x > 10 \end{cases}$$

$$u)\; f(x)=\begin{cases}\left(x-\dfrac{4\pi}{2}\right)^2+1 & si \quad x<\dfrac{4\pi}{2}\\ \cos(x) & si \quad -\dfrac{4\pi}{2}<x<\dfrac{4\pi}{2}\\ -\left(x+\dfrac{4\pi}{2}\right)^2+1 & si \quad x>\dfrac{4\pi}{2}\end{cases}$$

$$v)\; f(x)=\begin{cases}\ln(x+\dfrac{\pi}{2}) & si \quad x<\dfrac{\pi}{2}\\ \arctan(x) & si \quad -\dfrac{\pi}{2}<x<\dfrac{\pi}{2}\\ \ln(-x-\dfrac{\pi}{2}) & si \quad x>\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$$

$$w)\; f(x)=\begin{cases}e^x & si \quad x\le 0\\ \ln(x) & si \quad x>0\end{cases}$$

Calcule el dominio y rango de las funciones:

$f(x),\ f(-x), -f(x), \left|f(x)\right|$

Mostrando el gráfico de las mismas

Límites y Continuidad

1) Calcule los siguientes límites:

$a)\lim_{x\to o}\left(\dfrac{x^2-2x+5}{3x+5}\right)$ $\qquad \operatorname{Re}sp=1$

$b)\lim_{x\to o}\left(\dfrac{sen(3x)}{x}\right)-5$ $\qquad \operatorname{Re}sp=-2$

$c)\lim_{x\to \pi/2}(\tan(x))-2$ $\qquad \operatorname{Re}sp=\infty$

$d)\lim_{t\to 2}\left(\dfrac{t^2+t-6}{2t-4}\right)$ $\qquad \operatorname{Re}sp=3/2$

$e)\lim_{x\to -\infty}\left(e^x+2e^{-x}\right)$ $\qquad \operatorname{Re}sp=+\infty$

$f)\lim_{x\to -0^+}(\ln(x)-3x+5)$ $\qquad \operatorname{Re}sp=-\infty$

$g)\lim_{h\to -0}\left(\dfrac{(4+h)^2-16}{h}\right)$ $\qquad \operatorname{Re}sp=8$

$h)\lim_{x\to 5}\left(\dfrac{25-5x}{1-\dfrac{25}{x^2}}\right)$ $\qquad \operatorname{Re}sp=-\dfrac{25}{2}$

$i)\lim_{x\to -5}\left(\dfrac{\sqrt{x}-\sqrt{5}}{x-5}\right)$ $\qquad \operatorname{Re}sp=\sqrt{5}/5$

$j)\lim_{x\to -0}\left(\dfrac{\sqrt{25+x}-5}{\sqrt{1+x}-1}\right)$ $\qquad \operatorname{Re}sp=1/5$

$k)\lim_{x\to 1}\left(\frac{x^2+3x-4}{\sqrt{x+3}-2}\right)$ $\qquad\mathrm{Re}\,sp=20$

$l)\lim_{\alpha\to 0}\left(\frac{\tan\alpha-sen\alpha}{\alpha^3}\right)$ $\qquad\mathrm{Re}\,sp=1/2$

$m)\lim_{x\to -1}\left(\frac{\sqrt[3]{x}+1}{1+\sqrt[5]{x}}\right)$ $\qquad\mathrm{Re}\,sp=5/3$

$n)\lim_{x\to\pi/2}h(x)$ $\qquad\mathrm{Re}\,sp=-1$

$ñ)\lim_{x\to -10}h(x)$ $\qquad\mathrm{Re}\,sp=1$

$$h(x)=\begin{cases}1 & si \quad x<0\\ \\ \dfrac{\cos x}{x-\pi/2} & si \quad x>\pi/2\end{cases}$$

$$o)\lim_{x\to -\pi/3}\frac{2\cos^2 x-3\cos x+1}{2\cos^2+\cos x-1}$$

$$p)\ Sea \quad f(x)=\begin{cases}-1-(x+3)^2 & si \quad -4\le x<-3\\ \\ -1 & si \quad -3\le x<0\\ \\ \sqrt{x} & si \quad 0\le x\le 5\\ \\ x & si \quad 5<x<7\end{cases}$$

$Calcule: \quad i)\lim_{x\to -5}f(x) \qquad ii)\lim_{x\to --3}f(x) \qquad iii)\lim_{x\to -0}f(x)$

$q)\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^5-2x^2+3}{x^9-4x^6+8x^3+2}\right)$ $\quad$ $\text{Resp}=0$

$r)\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^6+3x^2+9}{7x^6-4x^3+8x^2+5}\right)$ $\quad$ $\text{Resp}=6/7$

$s)\lim_{x\to\infty}\left(\frac{x^3-2x^2+3}{x^2+7x+2}\right)$ $\quad$ $\text{Resp}=\infty$

$t)\lim_{x\to\infty}\left(\frac{3-3\cos x}{xsenx}\right)$ $\quad$ $\text{Resp}=3/2$

$u)\lim_{x\to\infty}\left(1-\frac{3}{x}\right)^{2x}$ $\quad$ $\text{Resp}=e^{-6}$

$v)\lim_{x\to 0}(1-senx)^{1/x}$ $\quad$ $\text{Resp}=1/e$

2) Estudie la continuidad de las siguientes funciones:

$a)\ f(x)=x^2-4$

$$b)\ f(x)=\begin{cases}\frac{1}{x} & si \quad x<0\\ x-3 & si \quad 0\le x<3\\ \sqrt{x-3} & si \quad 3\le x<4\end{cases} \qquad en \quad x_1=0,\ x_2=3,\ x_3=0$$

$$c)\ f(x)=\begin{cases}-x+2 & si \quad x\le 2\\ (x-2)^2 & si \quad x>2\end{cases} \qquad en \quad x=2$$

$$d)\ d(x)=\begin{cases} \dfrac{x-1}{\sqrt{x}-1} & si \quad x\neq 1 \\ \\ 2 \quad si \quad x=1 \end{cases} \qquad en \quad x=1$$

$$e)\ h(x)=\begin{cases} sen(x) & si \quad x\leq 0 \\ \\ x^2 & si \quad x>0 \end{cases} \qquad en \quad x=0$$

$$f)\ l(x)=\begin{cases} \cos(x) & si \quad 0\leq x<\dfrac{\pi}{2} \\ \\ sen(x) & si \quad \dfrac{\pi}{2}\leq x<\pi \\ \\ -x & si \quad x\geq \pi \end{cases} \qquad en \quad x_1=\frac{\pi}{2}, x_2=\pi$$

$$g)\ f(x)=\begin{cases} sen(x) & si \quad x\leq c \\ \\ tx+k & si \quad x>c \end{cases} \qquad con \quad t,k,c \quad \in \Re$$

$$h) s(x)=\left|x-\frac{3}{4}\right| \quad en \quad x=\frac{3}{4}$$

$$i)\ f(x)=\begin{cases} \dfrac{2-\sqrt{x}}{x-4} & si \quad 0\leq x<4 \\ \\ t \quad si \quad x=4 \end{cases} \qquad en \quad [0,4]$$

$j)\, f(x) = \dfrac{x-2}{x^2-4} \quad en \quad [2,5]$

$k)\, g(x) = \dfrac{x}{(x+7)^3} \quad en \quad \Re$

CALCULO 20

CALCULO DE DERIVADAS

1) Calcule la derivada por definición de las siguientes funciones:

   a) $f(x) = bx^3 - cx^2 + ax$
   b) $\mathrm{g}(\Phi) = \mathrm{sen}(2\Phi)$
   c) $\mathrm{M}(\mathrm{t}) = \tan(\mathrm{t})$
   d) $\mathrm{M}(\mathrm{r}) = \mathrm{f}(\mathrm{r}) - \mathrm{g}(\mathrm{r})$
   e) $T(x) = \sqrt{x} - \cos(x)$
   f) $\mu(x) = \cos^2(x)$

2) Calcule la derivada de las siguientes funciones usando deriva de la función inversa

   a) $P(x) = \ln(4x) - 5$
   b) $R(t) = \mathrm{arcsec}(2t) - \pi$
   c) $Z(p) = 7\mathrm{arccsc}(-2p) + 6$
   d) $M(x) = \mathrm{arcctg}(x + 3) - 4$
   e) $\alpha(v) = \sqrt{3x - 2} + 5$

3) Calcule la derivada de las siguientes funciones:

   a) $Z(x) = \pi x^2 - 3\pi \ln(\mathrm{x}\,\mathrm{sen}(\mathrm{x})) + \mathrm{arctg}(\mathrm{e}^{\mathrm{x}} - 2\mathrm{x}) + \frac{\mathrm{sen}(\mathrm{x})}{\ln(\mathrm{x})}$
   b) $L(x) = \pi \ln(4a) - 5bx + \mathrm{arccsc}\,(xe^{3x-2\ln(x)})$
   c) $P(x) = \ln(4x) - 5\cos(x)^{e^x senx}$
   d) $F(x) = \sqrt[4]{\ln(x+4)\,cosx} + 34^{2x} - \log_5(sen(2x))$
   e) $R(x) = \frac{arcsen(x^3-2x)}{xcos(2x)} + 3456$
   f) $G(x) = 23 - (2x)^{\mathrm{x}\tan(x)}$

4) $Sea\ \ xy^2 - 2ye^{senx} = y\ calcule\ \ \frac{dy}{dx}$
5) $Sea\ \ rw - sen(r)\cos(r) - w = \frac{2w}{r}\ calcule\ \ \frac{dw}{dr}$

6) $Sea\ \ xarctg(x^2) - 2 = y\ calcule\ \ \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=1,\ \ y=0}$

7) $Sea\ \ z - 2\ lnq = zq\ calcule\ \ \left.\frac{dq}{dz}\right|_{q=-2,\ \ z=3}$

8) Encuentre los valores en donde la pendiente de la recta tangente es igual a cero, indicando cual es el nombre del teorema usado:

a) $S(x) = \ln(x^2 + 2x - 8)\ \ en\ [-3{,}3];\ [2{,}4]\ ;\ [0{,}5]; [10{,}20]$

b) $ñ(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 - 8x + 3\ en\ [-5{,}0]$

c) $G(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{9x^2}{4} - \frac{5}{2} + 8\ en\ [\frac{-1}{2}, 1]$

d) $L(t) = 3t^2 - 5t + 6$

e) $A(m) = sen(m)\cos{(m)}$

f) $d(x) = \cos^3(x)\ en\ [-2\pi, 2\pi]$

9) Encuentre los valores donde la pendiente de la recta secante es igual a la pendiente de la recta tangente, indicando el teorema usado:

a) $d(x) = x^3$ (-2,2)

b) $Y(x) = x^{\frac{3}{2}} + 5$

c) $F(x) = sen(x)\ en\ [-\pi, \pi]$

10) Resuelva los siguientes limites usando el teorema de L'Hopital

a) $\lim_{x\to\infty} \frac{x^3-2x^2+3}{2x^3-x^2+8x}$ b) $\lim_{x\to-1} \frac{\sqrt{x+5}-2}{x+1}$ c) $\lim_{x\to0} \frac{2tan^2x}{x^2}$

d) $\lim_{x\to0} \frac{1-cox}{1+senx} + sen(t+a)$ e) $\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{\pi}{2}-t}{\cos{(t)}} - \frac{1-sen(t)}{\frac{\pi}{2}-t}$

11) Realice la expansión en serie de Taylor hasta el cuarto termino en torno a x= π/2 de

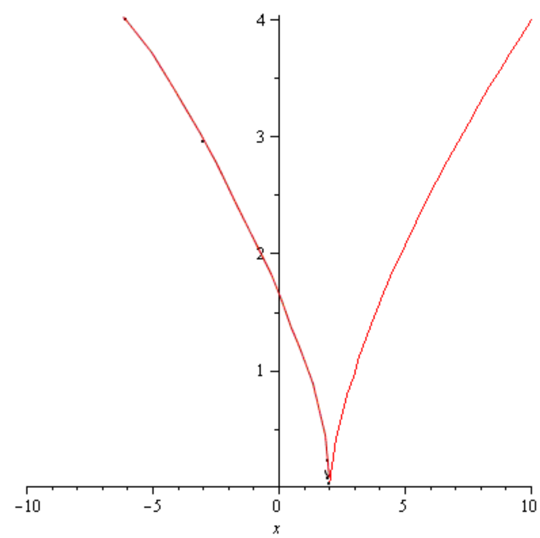
a) $Y(x) = sen(x)$ y en torno a x=1 b) $B(x) = \sqrt{x}$

GRÁFICAS DE FUNCIONES

1) Grafique las siguientes funciones:

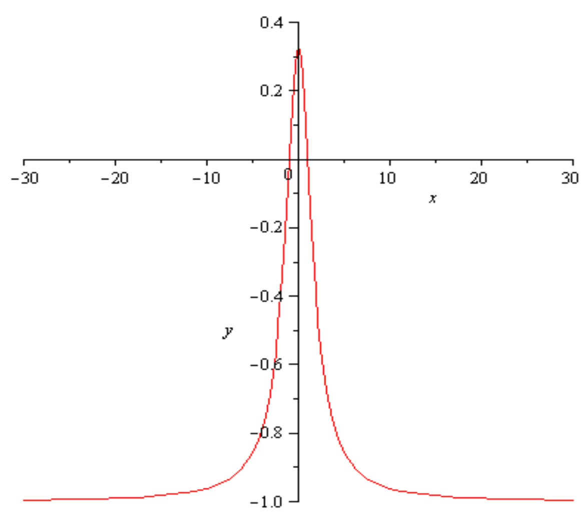
a) $f(x) = \sqrt[3]{(x-2)^2}$

Resp:



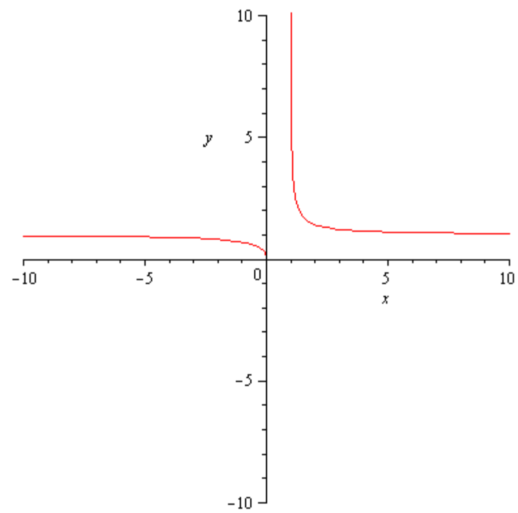
b) $g(x) = (1-x^2)(3+x^2)^{-1}$

Resp:



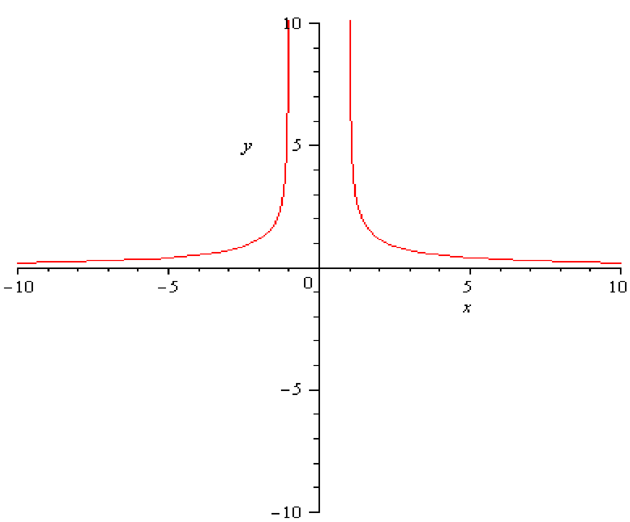
c) $h(x) = \sqrt{\frac{x}{x-1}}$

Resp:



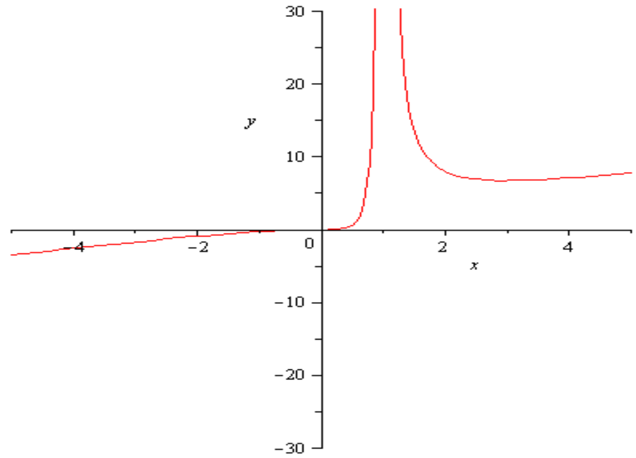
d) $\Psi(x) = \frac{2}{\sqrt{x^2-1}}$

Resp:



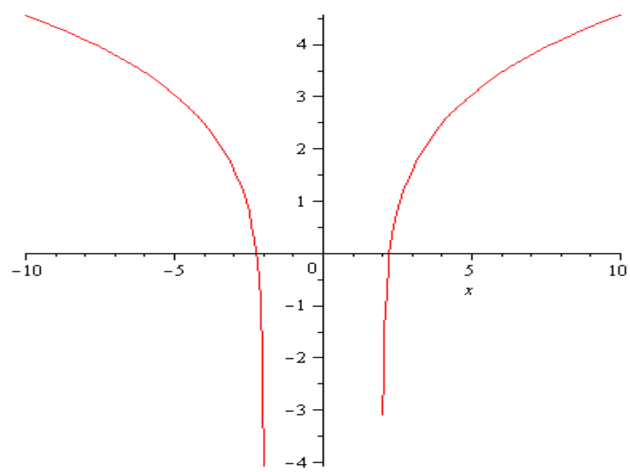
e) $\Psi(x) = \frac{x^3}{(x-1)^2}$

Resp:



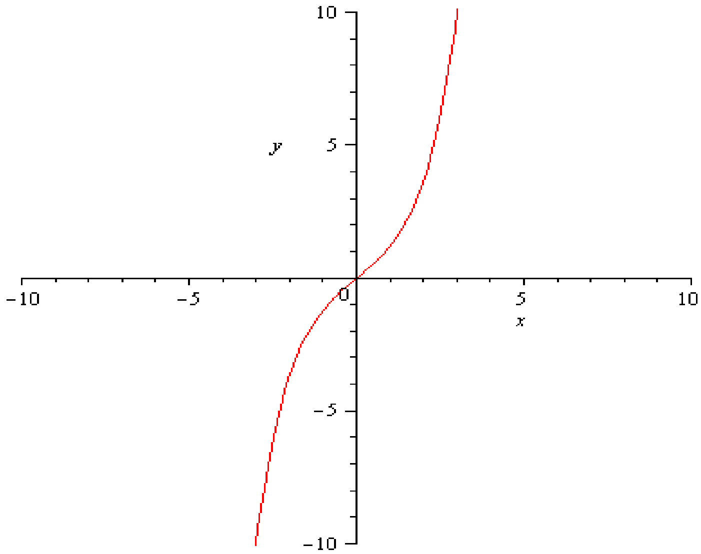
f) $\mathrm{M}(x) = \ln(x^2 - 4)$

Resp:

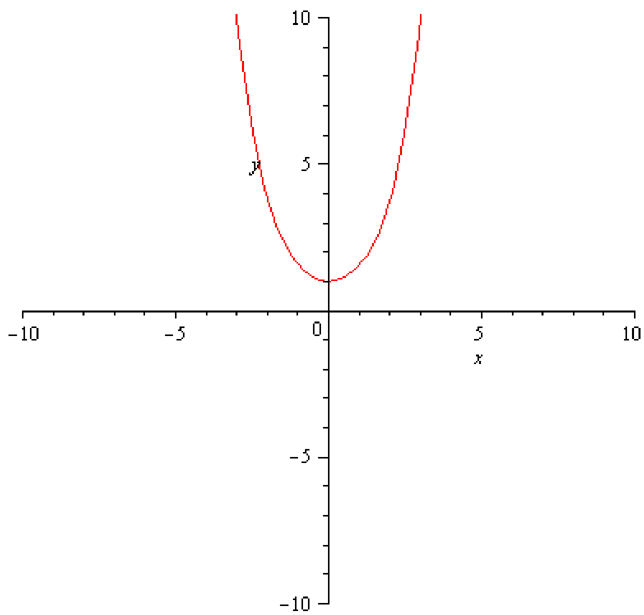


g) $\delta(x) = \text{senh}(x) = \frac{e^{x}-e^{-x}}{2}$

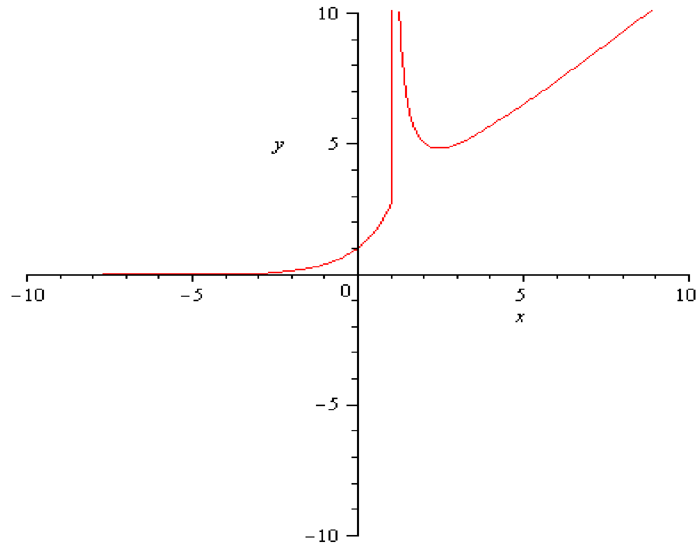
Resp:



h) $\delta(x) = \cosh(x) = \frac{e^{x}+e^{-x}}{2}$

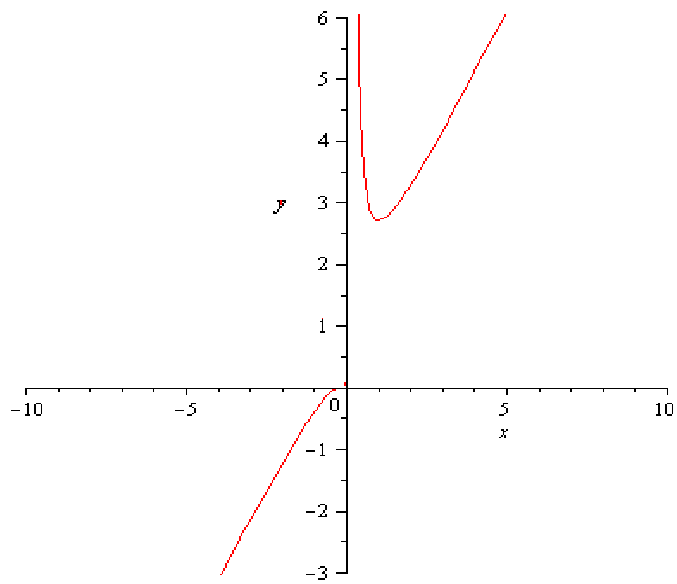


i) $\mu(x) = \begin{cases} \frac{x^2+1}{x-1} & si\ x > 1 \\ \\ e^x & si\ x < 1 \end{cases}$



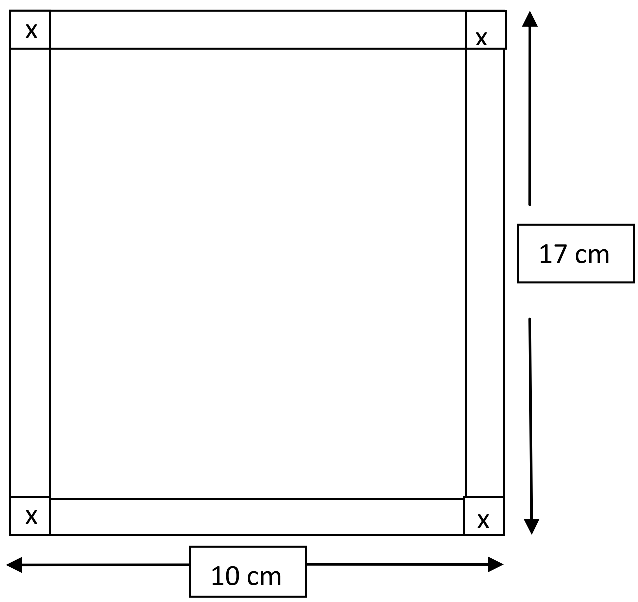
j) $\Pi(x) = xe^{1/x}$

Resp:



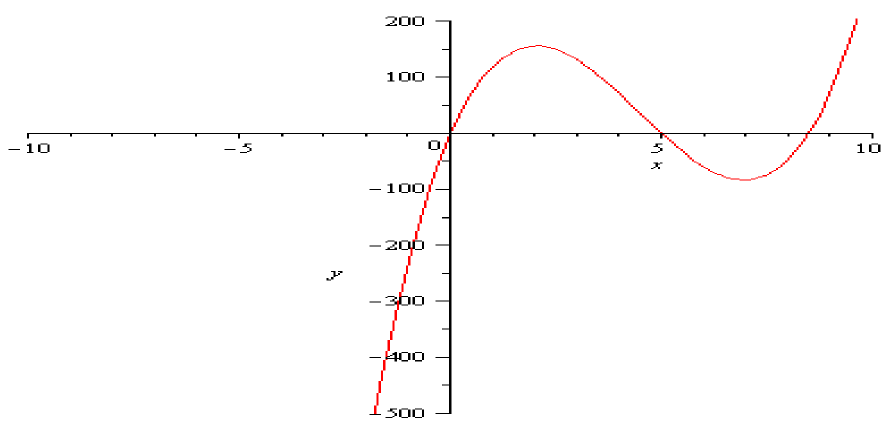
APLICACIONES DE DERIVADA

1) Un fabricante de cajas de cartón desea elaborar cajas abiertas a partir de piezas de cartón rectangulares de 10 cm por 17 cm cortando cuadrados iguales en las 4 esquinas y doblando hacia arriba los lados. A) Encuentre un modelo matemático que exprese el volumen de la caja como una función de la longitud del lado de los cuadrados que se cortarán. B) Grafique la función obtenida para el volumen. C) ¿Cual es el dominio de la función obtenida en el inciso A) en donde el volumen tome valores posibles ?. D) Obtenga la magnitud del lado que se cortará, de modo que la caja tenga el mayor volumen posible.



Resp: A) $V(x) = 4x^3 - 54x^2 + 170x$

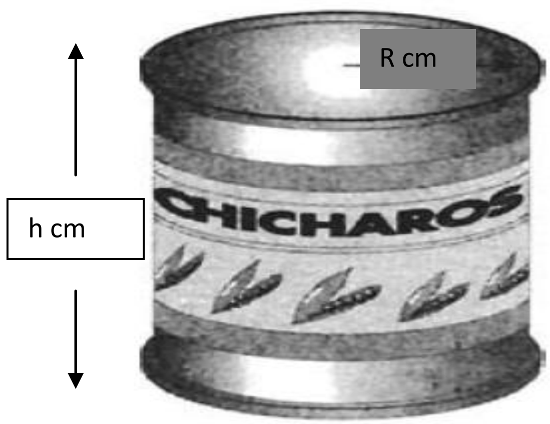
B)



C) Dom(V(x)) = [0,5]

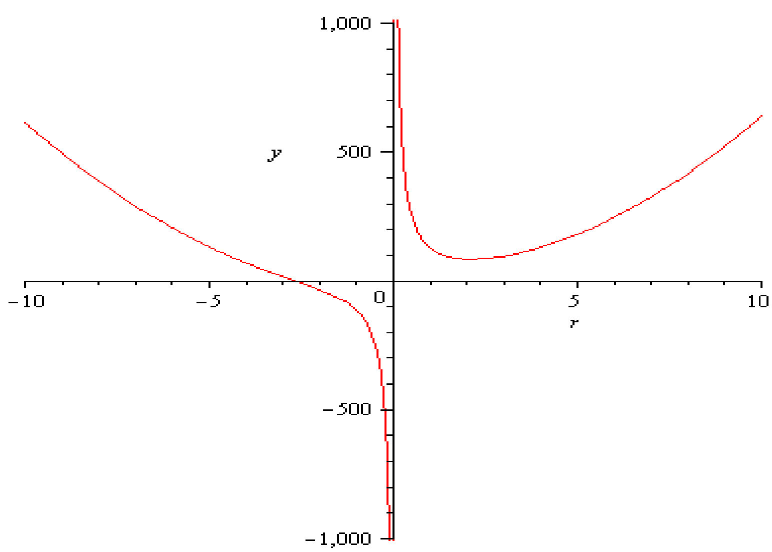
D) X = 2.03 cm

2) Un envase cerrado de hojalata, cuyo volumen es de 60 cm^3, tiene la forma de cilindro circular recto. A) Determine un modelo matemático que exprese el área de la superficie total del envase como una función del radio de la base. B) Realice un bosquejo de dicha de la función obtenida. C) ¿Cual es el dominio de la función obtenida? D) Determine el radio de la base del envase si se emplea la cantidad mínima de hojalata en su elaboración.



Resp: A) $A(r) = \frac{120}{r} + 2\pi r^2$

B)



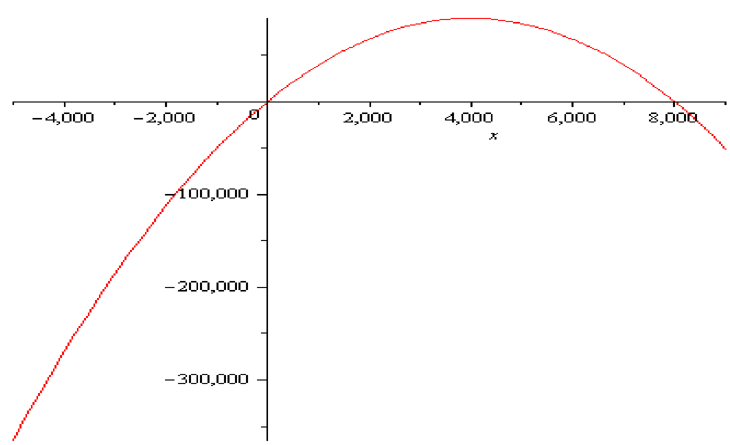
C) Dom (A(x)) = (0,+∞)

D) r = 2.12 cm

3) En una comunidad de 8000 personas, la velocidad con la que se difunde un rumor es conjuntamente proporcional al número de personas que lo han escuchado. Cuando 20 personas han escuchado el rumor, este circula a una velocidad de 200 personas por hora. A) Encuentre un modelo matemático que exprese la velocidad a la que se esparce el rumor como una función del número de personas que lo han escuchado. B) Realice un bosquejo de la función anterior. C) Encuentre el dominio de la velocidad en la que se esparce el rumor. D) ¿Que tan rápido circula el rumor cuando lo han escuchado 500 personas?. E) Cuantas personas han escuchado el rumor, cuando este corre con mayor velocidad.

Resp: A) $V(x) = \frac{1}{178}x(8000 - x)$

B)



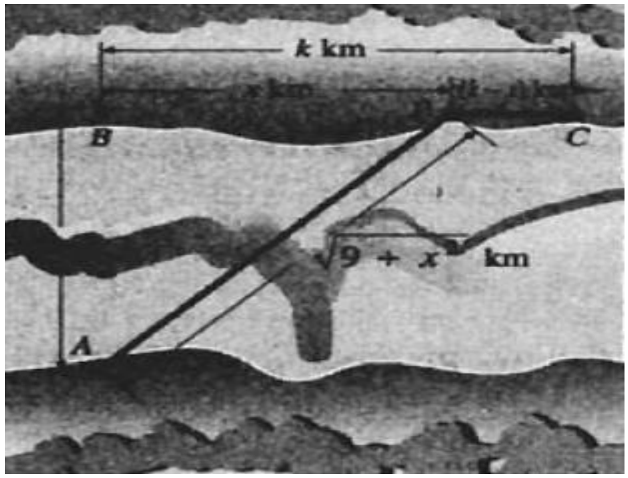
C) Dom(V(x)) = [0,+∞]

D) V(500) = 4699.25 Personas/h

E) x = 4000 Personas

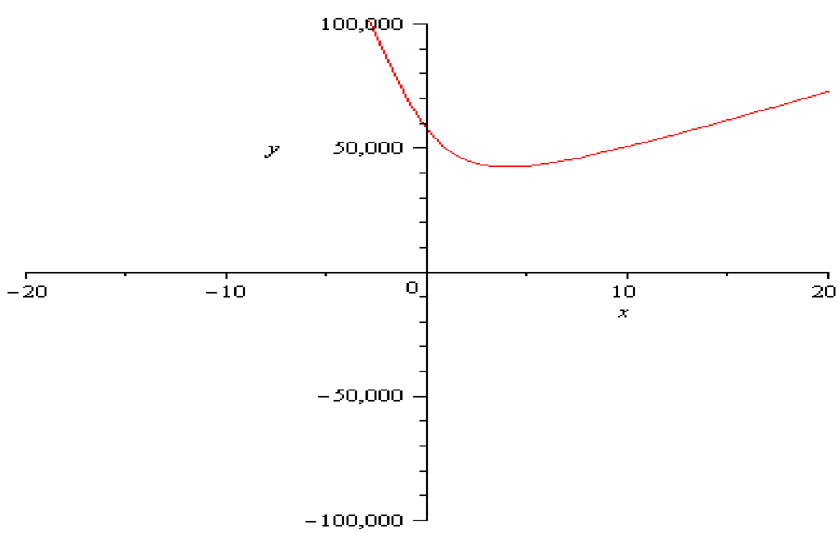
4) Los puntos A y B están en las orillas de un rio recto de 3 km de ancho y son opuestos uno del otro. El punto C está en la misma orilla que B pero a k kilómetros de B, rio abajo. Una compañía telefónica desea tender un cable de A a C donde el costo por kilometro de cable en tierra es de 10000$ y el de cable subacuático es de 12500$. Sea P un punto en la misma orilla que B y C de modo que el cable se tiende de A a P y luego a C. a) Si x kilómetros es

la distancia de B a P, obtenga una ecuación que defina el costo total de cable tendido, C(x), y establezca su dominio. b) Realice un bosquejo de la función C(x) si k=2, c) Obtenga el Dominio de la función C(x) cuando k = 2. d) Si k = 2 Calcule el valor de x para el cual el costo del cable tendido sea el menor costo posible.



Resp: a) C(x) = $C(x) = 12500\sqrt{9+x^2} + 10000(k-x)$

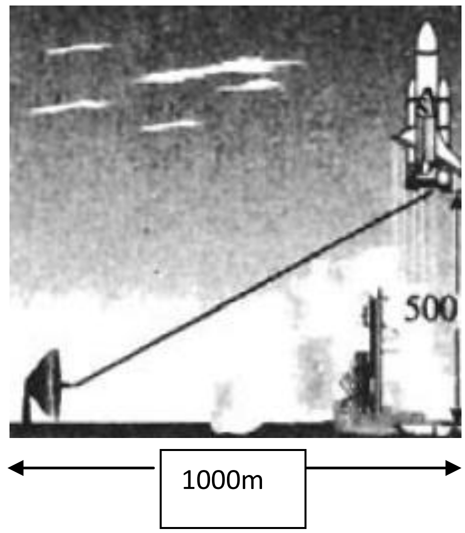
b)



c) Dom(C(x)) = [0,2]

d) C(2) = 45069

5) Después de la explosión de despegue, un transbordador espacial se eleva verticalmente y un radar, ubicado a 1000 m de la rampa de lanzamiento, sigue al transbordador. ¿ Que tan rápido gira el radar 10 segundos después de la explosión de despegue si en ese instante la velocidad del transbordador es de 100 m/s encontrándose este a 500 m del suelo.



Resp:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{50} rad/s$$

6) Se arroja una piedra en un estanque tranquilo, formándose ondas circulares concéntricas que se dispersan. Si el radio de la región afectada crece a una tasa de 16 cm/s, a que tasa crece el área de la región afectada cuando su radio es de 4 cm.

Resp:

$$\frac{dA}{dt} = 402.12\ cm^2/s$$

INTEGRALES INDEFINIDAS

1) Calcular las siguientes integrales:

a) $\int (x^{-2}+\text{sen}(x)-2\,)dx$

Resp: $-\,x^{-1}-\cos(x)-2x+K$

b) $\int \left(4x^2-2x+\frac{5}{x}\right)dx$

Resp: $4\frac{x^3}{3}-2\frac{x^2}{2}+5\ln x+K$

c) $\int(\text{sen}(3x)-\tan(x)+4)dx$

Resp: $\frac{-\cos(3x)}{3}+\ln(\cos(x))+4x+K$

d) $\int \left(\frac{\sqrt[3]{x}+\sqrt[5]{x^4}-2x}{\sqrt[7]{\frac{5}{x^4}}}\right)dx$

Resp: $\frac{-56}{51}x^{\frac{51}{28}}+\frac{140}{227}x^{\frac{227}{140}}+\frac{84}{97}x^{\frac{97}{84}}+K$

e) $\int \left(\frac{2+x}{1+x^2}\right)dx$

Resp: $\frac{1}{2}\ln(1+x^2)+2\arctan(x)+K$

f) $\int(\sec(3x) - \csc(5x) + 5)dx$

Resp: $1/3(\ln(\sec(3x) + \tan(3x))) + 1/5(\ln\,(\csc(5x) + ctg(5x) + 5x + K$

g) $\int\left(\frac{x^3-2x^{-4}+5x}{x^4}\right)dx$

Resp: $\ln(x) - \frac{5}{2x^2} + \frac{2}{7x^7} + K$

h) $\int\left(\frac{5x^{3/2}-2x^{-4/5}+5x}{2x^{-4/3}}\right)dx$

Resp: $\frac{15}{23}x^{\frac{23}{6}} + \frac{3}{4}x^{\frac{10}{3}} - \frac{15}{23}x^{\frac{23}{15}} + K$

i) $\int\left(\frac{e^x+e^{2x}}{5e^x}\right)dx$

Resp: $1/5(x + e^x) + K$

j) $\int(\sqrt[3]{x^{-2}} + x^8 - 3x)dx$

Resp: $3x^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{9}x^9 - \frac{3}{2}x^2 + K$

k) $\int\left(\frac{3x^2+20x^3-20}{x^3+5x^4-20x}\right)dx$

Resp: $\ln(x^3 + 5x^4 - 20x) + K$

l) $\int \operatorname{sen}^3(x)\cos(x)dx$

Resp: $\frac{sen^4 x}{4} + K$

m) $\int (\frac{\ln x}{x})\, dx$

Resp: $1/2(\ln(x))^2 + K$

n) $\int (x^{-2} \ln x)\, dx$

Resp: $-x^{-1}\ln(x) - x^{-1} + K$

o) $\int (x\, senx)\, dx$

Resp: $sen(x) - xcos(x) + K$

p) $\int (e^{3x} \cos x)\, dx$

Resp: $\frac{3}{10} e^{3x}\cos(x) + \frac{1}{10} e^{3x} sen(x) + K$

q) $\int (x^3 e^{(3x-2)})\, dx$

Resp: $\frac{1}{27}(-2 + 6x - 9x^2 + 9x^3)e^{(3x-2)} + K$

r) $\int (\frac{\ln 3x}{\sqrt[3]{x}})\, dx$

Resp: $\frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} \ln(3) + \frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} \ln(x) - \frac{9}{4} x^{\frac{2}{3}} + K$

s) $\int \left(\frac{x^3 - x^2 - 2x}{x+1} \right) dx$

Resp: $\frac{1}{3}x^3 - x^2 + K$

t) $\int \left(\frac{6x^2+13x-28}{3x-4} \right) dx$

Resp: $x^2 + 7x + K$

u) $\int \left(\frac{2x-8}{x^2-1} \right) dx$

Resp: $-3\ln(x-1) + 5\ln(x+1) + K$

v) $\int \left(\frac{x+6}{x^2+2x-15} \right) dx$

Resp: $\frac{9}{8}\ln(x-3) - \frac{1}{8}\ln(x+5) + K$

w) $\int \left(\frac{8x}{x^2+4x+4} \right) dx$

Resp: $8\ln(x+2) + \frac{16}{x+2} + K$

x) $\int \left(\frac{x+6}{x^2-1} \right) dx$

Resp: $\frac{7}{2}\ln(x-1) - \frac{5}{2}\ln(x+1) + K$

y) $\int \left(\frac{3x-4}{x^4+3x^3-9x^2-23x-12} \right) dx$

Resp: $\frac{5}{112}\ln(x-3)+\frac{16}{63}\ln(x+4)-\frac{43}{144}\ln(x+1)-\frac{7}{12(x+1)}+K$

z) $\int\left(\frac{3\mathrm{x}}{\mathrm{x}^3+\mathrm{x}}\right)\mathrm{dx}$

Resp: $3\arctan(\mathrm{x})+\mathrm{K}$

aa) $\int \arctan(\mathrm{x})\mathrm{dx}$

Resp: $xarctan(x)-\frac{1}{2}\ln(1+x^2)+K$

bb) $\int \mathrm{sen}^2\mathrm{x}\,\mathrm{dx}$

Resp: $\frac{-1}{2}sen(x)\cos(x)+\frac{1}{2}x+K$

cc) $\int \csc^3\mathrm{x}\,\mathrm{dx}$

Resp: $\frac{-1}{2}\frac{\cos(x)}{sen^2(x)}+\frac{1}{2}\ln(\csc(x)-\mathrm{ctg}(x))+K$

dd) $\int \mathrm{senx}\cos\mathrm{x}\,\mathrm{dx}$

Resp: $\frac{1}{2}sen^2x+K$

ee) $\int \mathrm{ctgx}\cos\mathrm{x}\,\mathrm{dx}$

Resp: $\cos(x)+\ln(\csc(x)-\cot(x))+K$

ff) $\int(\sqrt{\cos(\mathrm{z})}\quad \mathrm{sen}^3\mathrm{z})\,\mathrm{dz}$

Resp: $\frac{-2}{3}cos^{\frac{3}{2}}z + \frac{2}{7}cos^{\frac{7}{2}}z + K$

gg) $\int \sqrt{x^2 + 5}\, dx$

Resp: $\frac{1}{2}x\sqrt{x^2 + 5} + \frac{5}{2}\ln\left(\sqrt{x^2 + 5} + x\right) + K$

hh) $\int \frac{1}{t^3\sqrt{t^2-9}}\, dt$

Resp: $\frac{1}{54}\text{arcsec}\left(\frac{t}{3}\right) + \frac{\sqrt{x^2-9}}{18x^2} + K$

ii) $\int (\frac{b}{a+cx^2})\, dx$

Resp: $\frac{ba^{-1/2}}{c^{1/2}}\arctan\left(\sqrt{\frac{c}{a}}x\right) + K$

jj) $\int (\frac{8}{\sqrt{1-2x^2}} - \frac{9}{\sqrt{1-3x^2}} + 5)dx$

Resp: $4\sqrt{2}\text{arcsen}\left(\sqrt{2}\,x\right) - 3\sqrt{3}\text{arcsen}\left(\sqrt{3}\,x\right) - 5x + K$

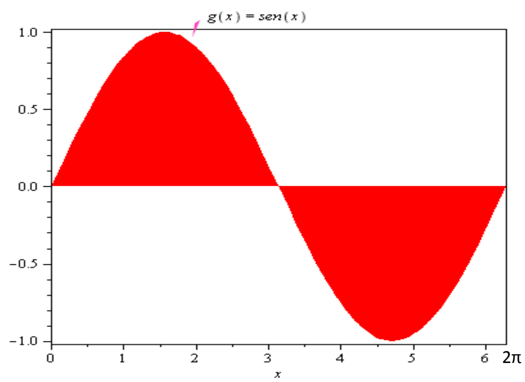
Nota: Las respuestas mostradas es solo una guía para poder realizar los ejercicios. Una vez resuelta la integral, puede que tengan que realizar operaciones aritméticas para reescribir el resultado en la forma mostrada en estas respuestas.

INTEGRALES DEFINIDAS

1) Calcular el área encerrada entre las curvas $y = x^2$, $y = 5$. Grafique el área calculada.

Resp: $\frac{10}{3}\sqrt{5}$

2) Calcular el área coloreada en el gráfico



Resp: 4

3) Calcular el área entre las curvas $y = x^2$, $y = x$

Resp: 1/6

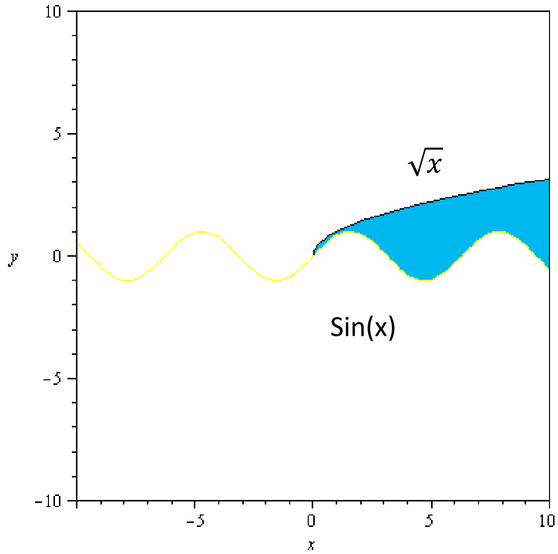
4) Calcular la siguiente integral: $\int_0^{2\pi} sen(x)\, dx$

Resp: 0

5) Calcular la siguiente integral: $\int_0^{\pi} x\, cos(x)\, dx$

Resp: -2

6) Calcular el área coloreada



Resp: 19.242

7) Calcular el área bajo la curva de la función f(x) = x-2 a) Utilizando aproximación de área por arriba y b) por debajo, considerando n=6, desde x = 0 hasta x = 3; c) Verifique sus resultados calculando el área a través del cálculo integral, d) Realice un gráfico para cada uno de los casos en donde se ha calculado el área.

Resp: a) 13/4 b) 7/4 c) 10/4

8) Demuestre utilizando el cálculo integral que el área de un rectángulo es $base * altura$

9) Demuestre utilizando el cálculo integral que el área de un triangulo no equilátero también corresponde a $\frac{base * altura}{2}$

10) Calcular las siguientes integrales definidas:

a) $\int_0^{\pi/2} e^{2x} \cos(x)\, dx$

Resp: $-\frac{2}{5} + \frac{1}{5}e^{\pi}$

b) $\int_5^6 \frac{x+1}{x^2-2x-8}\, dx$

Resp: $-\frac{1}{6}\ln(7)+\frac{4}{3}\ln(2)$

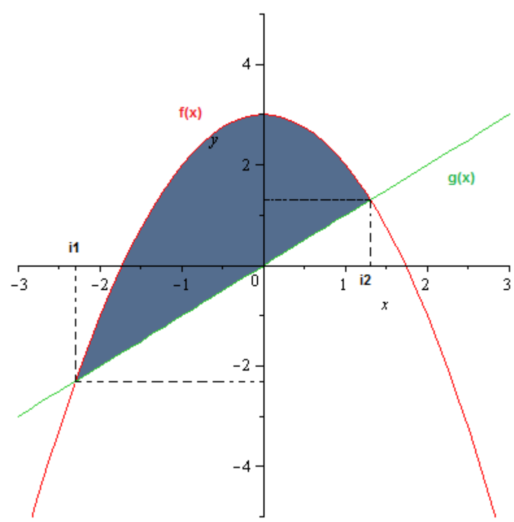
c) $\int_0^{\pi}(sen\,(x)\,cos^4(x))$ dx

Resp: 2/5

d) $\int_{-\pi}^{\pi}\,(2\tan(x)\cos(x)-\sec(x)\cos(x))$dx

Resp: -2π

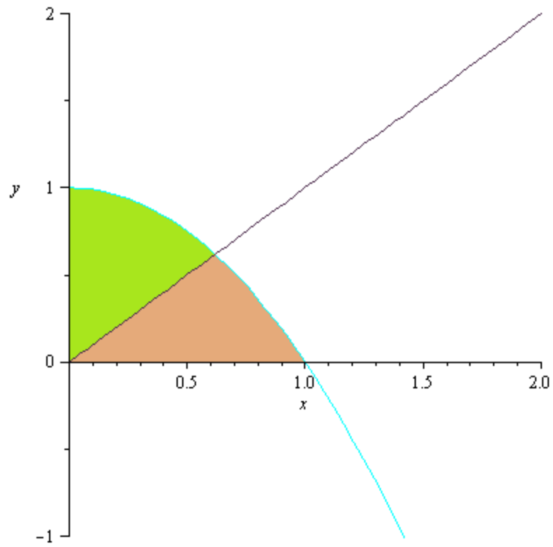
11)



Demostrar para la figura anterior que el área entre las curvas viene dada por:

$$\int_{-i_1}^{i_2}(f(x)-g(x))dx$$

12) Calcular de la figura de abajo a) El área coloreada de verde y b) el área coloreada de marrón. En donde la curva azul es h(x) = $-x^2 + 1$ y la recta negra es T(x) = x



Resp: a) ~0.35 b) ~ 0.19+0.13

13) Calcule las siguientes integrales indicando si convergen o divergen:

a) $\int_0^{+\infty} \frac{3}{4} e^{-2x}\,dx$ Resp: 3/8 b) $\int_{-\infty}^{0} \ln(x)dx$ Resp: ∞

c) $\int_0^{+\infty} x e^{-x}\,dx$ Resp: 1 d) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{1+x^2}$ Resp: π

e) $\int_{-\infty}^{0} \frac{(e^x+e^{3x})}{e^{-4x}}$ dx Resp: 12/35 f) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^3-2x+4}{2x^3-4x+8}$ dx Resp: ∞

g) $\int_0^{+\infty} (x^2+5)dx$ Resp: ∞ h) $\int_0^{+\infty} \frac{1}{(t+5)^2} dt$ Resp: 1/5

i) $\int_2^{+\infty} \frac{\ln(x)}{x} dx$ Resp: ∞ j) $\int_2^{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{x^2-4}}$ dx Resp: π/4

SÓLIDOS DE REVOLUCIÓN

1) Calcule el volumen del sólido generado al girar alrededor del eje x, la región acotada por la parábola $y = x^2 + 1$ y la recta $y = x+3$.

Resp: $(117/5)\,\pi$

2) Calcule el volumen del Sólido generado al girar alrededor de la recta $x = -4$, la región limitada por las 2 parábolas $x = y-y^2$, $x = y^2-3$.

Resp: $(875/2)\,\pi$

3) Calcule el volumen del sólido generado por la región acotada por las rectas $x = 0$, $x = 2$ y $f(x) = x^3$, al hacerlo girar alrededor del eje x.

Resp: $(128/7)\,\pi$

4) Calcule el volumen del sólido generado por la región acotada por las rectas $x = 0$, $x = 2$ y $f(x) = x^3$, al hacerlo girar alrededor del eje y.

Resp: $(96/5)\,\pi$

5) Calcule el volumen del sólido generado por la región acotada por las rectas $x = 0$, $x = 2$ y $f(x) = x^3$, al hacerlo girar alrededor del eje $x = -1$.

Resp: $(256/5)\,\pi$

6) Calcule el volumen del sólido generado por la región acotada por las rectas $x = 0$, $x = 2$ y $f(x) = x^3$, al hacerlo girar alrededor del eje $y = -2$.

Resp: (296/7) π

COORDENADAS POLARES

1) Obtenga las coordenadas cartesianas de los puntos cuyas coordenadas polares se indican.

a) (3, π) b) ($\sqrt{2}$, -π/2) c) (0, 0) d) (-2, -π/4) e) (-3, -π/6)

f) (-5, 3π) g) (5, π/3) h) (-3, -2π) i) (-1, 0) j) (0, -π)

2) Obtenga las coordenadas polares de los puntos cuyas coordenadas cartesianas se indican.

a) (0, 0) b) (1, 2) c) (0,-3) d) (-3,-3) e) (-1, $\sqrt{2}$)

f) (3, 1/2) g) (1, 5) h) (2, 4) i) (2, 0) k) (-1, 2)

3) Dibuje las siguientes ecuaciones en coordenadas polares, y escriba sus equivalentes en coordenadas cartesianas:

a) $r = 5\cos\theta$ b) $r = -6\operatorname{sen}\theta$ c) $r = 1 - 2\cos\theta$ d) $r = 4\cos 2\theta$

4) Escriba las siguientes ecuaciones de coordenadas cartesianas a polares:

a) $x^2 - y^2 = 1$ b) $y = x^2 - 1$ c) $\frac{x^2}{4} - y^3 = 1$