UNA TÉCNICA BASADA EN INVERTIBILIDAD PARA LA SíNTESIS DE FILTROS FDI EN SISTEMAS NO LINEALES

ADDISON RíOS-BOLíVAR
Universidad de los Andes, Facultad de Ingeniería, Departamento de Control, Mérida 5101, Venezuela
e-mail: `ilich@ing.ula.ve`

FERENC SZIGETI
Universidad de los Andes, Facultad de Ingeniería, Departamento de Control, Mérida 5101, Venezuela
e-mail: `szigeti@ing.ula.ve`

Sobre la base de la invertibilidad de los sistemas no lineales a tiempo continuo, en este trabajo se presenta un métdodo de diseño de filtros de detección y diagnóstico de fallas. La técnica consiste en establecer una condición de invertibilidad para el sistema caracterizado por las fallas y la salidas del modelo de diagnóstico no lineal. Si el sistema es invertible la detección y la separación de las fallas se obtienen por reconstrucción de los modos de las fallas. La metodología requiere de la tḿecnica de eliminación de estados para la reconstrucción de los modos de las fallas.

Palabras Claves : Sistemas No Lineales. Detección de fallas. Sistemas Inversos. Invertibilidad. Reconstrucción de entradas.

1 Introducción

Cuando se utilizan los métodos de redundancia analítica en el problema de detección y diagnóstico de fallas (FDI), las fallas son representadas como entradas aditivas al proceso considerado, [3,7,12]. Los modelos de las fallas son caracterizados por una *dirección de falla*, la cual se supone conocida, y un *modo de falla*, el cual es una función temporal desconocida.

La detección y el diagnóstico de las fallas (FDI) se inicia mediante la generación de unos residuales (la detección); luego se establece un conjunto de decisiones lógicas sobre eso mismos residuales para obtener el diagnóstico. Un filtro capaz de producir los residuales y de permitir las decisiones lógicas, se denomina filtro de FDI, [4,8,9,17]. En el caso de los modelos de diagnóstico lineales y de los filtros de FDI basados en observadores, las condiciones de detectabilidad y de separabilidad de las fallas son establecidas sobre la base del conocimiento de las direcciones de las fallas, [2,9,12].

Contrariamente al caso de los sistemas lineales, existen pocos resultados sobre el problema de FDI para los sistemas no lineales, [1,6,22]. En general, los métodos conocidos buscan extender los resultados en el caso de los sistemas lineales basados en observadores al caso de los sistemas no lineales, [10,13,18,21].

Por otro lado, a fin de evitar el principal obstáculo para la síntesis de filtros FDI basados en observadores, mismo que corresponde al uso de los sub-espacios A, C-invariantes, en [20,19,15,14] se presentan unas relaciones entre el problema de FDI y la reconstrucción de entradas. En este contexto, el problema de FDI es visto desde la óptica de la invertibilidad de los sistemas.

Siguiendo esos resultados de FDI basado en invertibilidad, en este caso se aborda el problema para los sistemas no lineales que son afines en los modos de las fallas. Se establece la relación entre detección de falla e invertibilidad. El diagnóstico se logra mediante la reconstrucción de los modos de las fallas.

2 FDI en sistemas no lineales

Sea el sistema no lineal definido por:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x) + \sum_{i=1}^{m} g_i(x)u(t) + \sum_{j=1}^{k} L_j\nu_j(t), \quad x(0) = x_0 \\ y(t) &= h(x). \end{aligned} \tag{1}$$

donde $x \in \mathbb{R}^n$ son los estados, $u \in \mathbb{R}$ son los controles, $y \in \mathbb{R}^p$ son las salidas. Las funciones polinómicas f, g, h son de dimensiones apropiadas. Ellas son funciones suaves ($\mathbb{C}^\infty$).

Las fallas se representan por un modo de falla $\nu_i \in \mathbb{R}^{q_i}$ y una dirección de falla $L_i \in \mathbb{R}^{n\times q_i}$. El modo de falla es una función temporal desconocida. La dirección de la falla se supone conocida.

En este contexto, la detectabilidad de una falla, nu_i, se define por:

Definición 2.1 *Una falla ν_i, $i = 1, \ldots, k$, se dice no détectable si para $\nu_i \neq 0$ la relación*

$$y(x_0, x, u, 0) = y(x_0, x, u, \nu_i)$$

es satisfecha; en caso contrario la falla ν_i se dice detectable.

Por consiguiente, si la falla ν_i es detectable, los residuos se pueden obtener a partir de la diferencia entre la salida $y(x_0, x, u, \nu_i)$ y una salida $y(x_0, x, u, 0)$, esto es:

$$\eta(t) = y(x_0, x, u, \nu_i) - y(x_0, x, u, 0).$$

Por lo tanto, un residuo cualquiera $\eta(t)$ es une función temporal que es idealmente nula en ausencia de fallas y diferente de cero bajo la presencia de alguna falla.

A diferencia de los sistemas lineales, la detectabilidad de una falla para el caso de los sistemas no lineales tiene una fuerte dependencia tanto de la estructura del sistema como de las señales de control.

Si consideremos la detección de las fallas a partir de la generación de los residuos por medio de un observador de estados, entonces se puede establecer lo siguiente:

Definición 2.2 *Sea el sistema de diagnóstico no lineal dado por (1). Se dice que las fallas son detectables si existe un observador descrito por*

$$\begin{aligned} \hat{x}(t) &= f(x) + \sum_{i=1}^{m} g_i(x)u(t) + D\left(x(t) - \hat{x}(t)\right) \\ \hat{y}(t) &= h(x) - F\left(x(t) - \hat{x}(t)\right), \end{aligned} \tag{2}$$

el cual se obtiene por la eliminación de los estados, y donde D y F son las ganancias del observador; de tal manera que la dinámique del error representada par

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= -De(t) + \sum_{j=1}^{k} L_j \nu_j(t), \\ \eta(t) &= Fe(t) + \sum_{j=1}^{k} M_j \nu_j(t) \end{aligned} \tag{3}$$

es asintóticamente estable, [15].

En este caso, puesto que no todos los estados son conocidos, en la dinámica del observador $f(x)$, $g_i(x)$ y $h(x)$ son reemplazadas por unas funciones de las salidas, los controles y las derivadas de las salidas y de los controles, [15]. Esta formulación impone varias restricciones:

1. La eliminación del estado se obtiene en una sola etapa, esto es, el estado se puede expresar por $x(t) = \hat{h}(y)$, lo cual significa que el número de salidas coincide con la dimensión del estado.

   Dentro de este contexto, en [22] se presenta un resultado para la clase de sistemas no lineales modelados por unas ecuaciones algebro-diferenciales polinómicas. En ese caso, el diagnóstico de las falla no se logra de una manera satisfactoria.

2. El sistema no lineal caracterizado por las salidas y las fallas es un sistema de salida plana, [5,11]. Si bien que este condición es menos exigente que la condición precedente, en este momento no existe un algoritmo para encontrar la salida plana.

3. El estado es obtenido a partir de un procedimiento de inversión para los sistemas no lineales, [14,16]. En ese caso, las fallas son eliminadas por proyección y las salidas y sus derivadas serán funciones únicamente del control, de las derivadas del control y del estado. La condición de invertibilidad es una condición de rango que involucra la estructura de falla-salida del sistema y resulta menos exigente que las anteriores.

Si alguna de las condiciones precedentes es satisfecha, entonces es posible la construcción del observador a los fines de la detección de las fallas.

En cuanto a la separación de las fallas, para los sistemas no lineales el problema es difícil, [1,6,13]. Por el contrario, si existe un observador de acuerdo a la Definición 2.2, la ecuación del error resulta lineal y se puede establecer la formulación siguiente:

Lema 2.1 *Sea el sistema de diagnóstico no lineal dado por (1). Supongamos que las fallas son detectables en el sentido de la Definición 2.2. Entonces las fallas son separables si el sistema dinámico*

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= -De(t) + L\nu(t), \\ \eta(t) &= Fe(t) + M\nu(t) \end{aligned} \tag{4}$$

es inversible por la izquierda; y donde

$$L = (L_1 \quad L_2 \quad \cdots \quad L_k) \qquad \nu(t) = (\nu_1(t) \quad \nu_2(t) \quad \cdots \quad \nu_k(t))^T .$$

Esto establece una relación entre reconstrucción de entrada (invertibilidad) y el diagnóstico (separabilidad) de fallas, [14].

Un procedimiento diseño de filtros para FDI en sistemas no lineales ha sido presentado en [15], el cual se resume en lo siguiente:

1. Una primera fase construcción de un observador mediante la eliminación de estados. Las fallas se suponen detectables en el sentido de la Dénifición 2.1 y que, además, $p \geq k$.

2. Una segunda fase que corresponde a la inversión del sistema entrada-salida del error de estimación. En esta etapa se presenta el inconveniente de que la estabilidad asintótica del error de estimación y su inverso no puede ser garantizada.

3. Una tercera y última fase de síntesis de unos filtros de estabilización. De esto modo la estabilidad se garantiza solo en lazo abierto.

2.1 Invertibilidad y filtros de FDI

En base a las debilidades del método antes descrito, a continuación se presenta un procedimiento de diseño de filtros de FDI que se fundamenta en la invertibilidad del sistema definido desde las fallas a las salidas.

Considérese el sistema de diagnóstico no lineal descrito por:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x,u) + \sum_{i=1}^{k} L_i(x,u)\nu_i(t), \\ y(t) &= h(x,u); \end{aligned} \tag{5}$$

donde $f(\cdot)$ y $h(\cdot)$ son unas funciones suaves (polinómicas). $L_i(\cdot)$ quien define la dirección de la falla es también una función suave.

Se trata, por lo tanto, del diseño de un filtro de FDI en dos etapas:

1. La primera etapa consiste en obtener un système inverso para las fallas.

Supongamos que el sistema (5) es inversible por la izquierda con respecto a las fallas, ver [16]. La invertibilidad significa la detectabilidad de las fallas. Por consiguiente, los modos de las fallas pueden ser descritos por:

$$\nu_i(t) = \tilde{g}_i\left(x, u, \dot{u}, \ldots, y, \dot{y}, \ldots\right) \tag{6}$$

donde $\tilde{g}_i(\cdot)$ es una función polinomial.

Sustituyendo (6) en el sistema original, la siguiente ecuación dinámica es obtenida:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= f(x,u) + \sum_{i=1}^{k} L_i(x,u)\tilde{g}_i\left(x, u, \dot{u}, \ldots, y, \dot{y}, \ldots\right), \\ y(t) &= h(x,u); \end{aligned} \tag{7}$$

Se puede notar que el sistema (7) depende, en relación a las entradas, de las variables medidas y del estado.

2. Puesto que ciertos estados son desconocidos, la segunda etapa consiste en la concepción de un observador.

   Eximinando la ecuación (6), se puede observar que las fallas dependen de los estados, los cuales se deben estimar a partir del sistema (7).

   De esta manera, si el sistema (7) es observable, entonces existe un observador que permite reconstruir el vector de estado $\hat{x}$, de modo que las fallas son, igualmente, estimadas a partir de la ecuación que sigue:

$$\hat{\nu}_i(t) = \tilde{g}_i\left(\hat{x}, u, \dot{u}, \ldots, y, \dot{y}, \ldots\right) \tag{8}$$

Si todas las condiciones son satisfechas entonces las fallas son separables. En efecto, si las fallas son estimadas a partir de (8) entonces sus valores estimados permiten el diagnóstico. En este caso, los residuos son las señales de fallas estimadas.

3 Conclusiones

Siguiendo la relación entre sistemas inversos y detección de fallas, se ha presentado un procedimiento para la síntesis de filtros de detección y diagnóstico de fallas en sistemas lineales afines en los modos de fallas. El método de diseño se basa en la reconstrucción de los modos de la fallas para lo cual se exige que el sistema definido por las fallas y las salidas sea inversible por la izquierda. En el caso que sea necesario, se debe completar la reconstrucción de los modos de las fallas con observador de estados. El método se aplica a una gran clase de sistemas no lineales.

algoritmo para la invertibilidad de los sistemas no lineales. El algoritmo establece, al mismo tiempo, una condición de invertibilidad basada en las características de los espacios de entrada y salida del sistema, al contrario de las condiciones que se fundamentan en el espacio de estados. Tal algoritmo se construye a partir de la derivación de la salida y sus proyecciones sobre espacios ortogonales que desacoplan las derivadas de las entradas. Este resultado es una mejora a las técnicas conocidas hasta ahora.

Referencias

1. E. Alcorta-García and P. Frank, *Fault detection and isolation in nonlinear systems*, in European Control Conference, Karlsruhe, 1999, p. F0246.
2. R. Beard, *Failure Accommodation in Linear Systems Throught Self-Reorganization*, PhD thesis, Mass. Inst. Technol., Cambridge, 1971.
3. R. Douglas and J. Speyer, *Robust fault detection filter design*, AIAA J. of Guidance, Control and Dynamics, 19 (1996), pp. 214–218.

4. A. Edelmayer, *Robust detection filter design in uncertain dynamical systems: Summary and new results*, in Internal Report of the Systems and Control Laboratory - SZTAKI, Budapest, 1996.
5. M. Fliess, J. Lévine, P. Martin, and P. Rouchon, *Flatness and defect of nonlinear systems: Introductory theory and examples*, Int. J. Control, 61 (1995), pp. 1327–1361.
6. P. Frank, G. Schreier, and E. Alcorta-García, *Nonlinear observers for fault detection and isolation*, in New Directions in Nonlinear Observer Design, vol. 244, Springer-Verlag, 1999, pp. 399–422.
7. J. Gertler, *Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems*, Marcel Dekker, 1998.
8. R. Iserman, *Process fault detection based on modeling and estimation methods - a survey*, Automatica, 20 (1984), pp. 387–404.
9. H. Jones, *Failure Detection in Linear Systems*, PhD thesis, Mass. Inst. Technol., Cambridge, 1973.
10. M. Kinnaert, *Robust fault detection based on observers for bilinear systems*, Automatica, 35 (1999), pp. 1829–1842.
11. P. Martin, R. Murray, and P. Rouchon, *Flat systems*, in European Control Conference, Bruxelles, 1997, ECC, pp. 211–261.
12. M. Massoumnia, *A geometric approach to the synthesis of failure detection filters*, IEEE Trans. Automatic Control, 31 (1986), pp. 839–846.
13. C. D. Persis and A. Isidori, *On the problem of residual generation for fault detection in nonlinear systems and some related facts*, in European Control Conference, Karlsruhe, 1999, p. F0828.
14. A. Ríos-Bolívar, *Sur la Synthèse de Filtres de Détection et Diagnostic de Défauts dans les Systèmes Dynamiques*, PhD thesis, Université Paul Sabatier, Toulouse, France, 2001.
15. A. Ríos-Bolívar and F. Szigeti, *A fdi filter based-on inversion for nonlinear systems*, in Accepted in 5th WSES/IEEE WORLD MULTICONFERENCE ON Circuits, Systems, Communications and Computers (CSCC 2001), Crete - Greece, 2001.
16. ———, *Sobre la invertibilidad en sistemas no lineales*, in Propuesto para III Coloquio de Automatización y Control (CAC 2001), Puerto Ordaz - Venezuela, 2001.
17. A. Ríos-Bolívar, F. Szigeti, and R. Tarantino, *An approach for fault detection filter design*, in Dynamic and Control Conference Dycons'99, Ottawa - Canada, 1999.
18. A. Shumsky, *Nonlinear observer-based parameter estimation and fault diagnosis in dynamic systems*, in European Control Conference, Karlsruhe, 1999, pp. F1053–4.
19. F. Szigeti, A. Ríos-Bolívar, and L. Rennola, *Fault detection and isolation in the presence of unmeasured disturbance: Application to binary distillation columns*, in 4th IFAC SAFEPROCESS Conference , Budapest - Hungary, 2000, pp. 1016–1019.
20. F. Szigeti, A. Ríos-Bolívar, and R. Tarantino, *Fault detection and isolation filter design by inversion: The case of linear systems*, in 4th IFAC SAFEPROCESS Conference, Budapest - Hungary, 2000, pp. 379–384.
21. D. Yu and D. Shields, *A bilinear fault detection observer*, Automatica, 32 (1996), pp. 1597–1602.
22. Q. Zhang, M. Basseville, and A. Benveniste, *Fault detection and isolation in nonlinear dynamic systems: A combined input-output and local approach*, Automatica, 34 (1998), pp. 1359–1373.