FILTROS DE FDI Y LA RECONSTRUCCIÓN DE ENTRADAS

ADDISON RíOS-BOLíVAR
Universidad de los Andes, Facultad de Ingeniería, Departamento de Control, Mérida 5101, Venezuela
e-mail: `ilich@ing.ula.ve`

FERENC SZIGETI
Universidad de los Andes, Facultad de Ingeniería, Departamento de Control, Mérida 5101, Venezuela
e-mail: `szigeti@ing.ula.ve`

ROCCO TARANTINO
P.D.V.S.A. Complejo de Refinación Paraguaná, Punta Cardón, Venezuela.
e-mail: `TARANTINOR@pdvsa.com`

Se presentan algunas técnicas para la síntesis de filtros de detección y de diagnóstico de fallas mediante la reconstrucción de los modos de las fallas. Las fallas son modeladas como entradas adicionales del proceso y, bajo ciertas condiciones de invertibilidad, es posible construir un filtro que permite la identificabilidad de las fallas. Las condiciones de invertibilidad son equivalentes a las condiciones de detectibilidad y de separabilidad de las fallas. El filtro se diseño como un sistema inverso del modelo de diagnóstico definido por las fallas y las salidas del proceso.

Palabras Claves : Filtros de Detección y Diagnóstico de Fallas. Detectabilidad y Separabilidad de Fallas. Sistemas Inversos. Invertibilidad. Reconstrucción de entradas.

1 Introducción

Es muy común, cuando se utilizan los métodos de redundancia analítica, representar las fallas como entradas aditivas al proceso en estudio, [2,4,9]. Los modelos de las fallas son caracterizados por una *dirección de falla*, la cual se supone conocida, y un *modo de falla*, el cual es una función temporal desconocida.

La detección y el diagnóstico de las fallas (FDI) se produce mediante la generación de unos residuales (la detección), y de decisiones lógicas sobre eso mismos residuales. Un filtro capaz de producir los residuales y de permitir las decisiones lógicas, se denomina filtro de FDI, [3,6,7,13]. En el caso de los filtros de FDI basados en observadores, las condiciones de detectabilidad y de separabilidad de las fallas son establecidas sobre la base del conocimiento de las direcciones de las fallas solamente, [1,7,9].

En algunos casos resulta importante determinar la información que puede ser aportada por los modos de las fallas a fin de ubicar con precisión las causas que dan origen al funcionamiento anómalo del proceso. Por ejemplo, si una cierta falla aparece en un actuador, la causa de esa anomalía puede tener distintos origines: error de elevación del cero, error del rango de actuación, desviaciones de la zona muerta, problemas de linealidad y de histéresis, etc. Cada uno de esos problemas pueden ser articulados a modos diferentes de fallas, por consiguiente, se hace necesario la reconstrucción y la evaluación del modo de la falla. Así, el problema de reconstrucción de entradas, ligado al problema de invertibilidad de los sistemas, es el interés particular de este trabajo.

En el contexto de la FDI algunos resultados que explotan la invertibilidad de los sistemas o la reconstrucción de las entradas han sido presentados: en [10], para el caso de los sistemas discretos, se presenta un método de deconvolución para la reconstrucción de las entradas. En [5] la observabilidad y la reconstrucción de la entrada son ligadas al problema de FDI. La contribución de este trabajo es de producir un método sistemático para la reconstrucción de los modos de las fallas, el cual se base en la descomposición matricial que se obtiene por transformaciones ortogonales numéricamente estables.

2 La observabilidad y la reconstrucción de la entrada

En el problema de reconstrucción de la entrada, una primera tarea consiste en evaluar la observabilidad de la entrada, es decir, en distinguir si los cambios de la entrada de un sistema dinámico son reflejados como cambios en las salidas medidas.

Si un sistema es de entrada observable, el problema de reconstrucción de esa entrada consiste en la síntesis de un dispositivo o de un mecanismo que tiene como entrada las salidas medidas, y debe producir como salida una señal que debe converger con la entrada observable. Fácilmente se puede notar que el problema de reconstrucción de la entrada está estrechamente ligado al problema de inversión de sistemas.

Consideremos un sistema dinámico con salida medida $y(t)$ y de entrada (desconocida) $u(t)$.

Definición 2.1 *Se dice que la entrada $u(t)$ es* observable *si ella puede distinguirse del cero en la salida $y(t)$, esto es, si $y(t) = 0$ para $t \geq 0$ entonces $u(t) = 0$ para $t > 0$.*

En el caso de los sistemas lineales, la Definición 2.1 establece lo siguiente:

1. Si un estado inicial $x(0) = x_0 = \zeta$ es inobservable, la transformación lineal Σ_{x_0} que transfiere la entrada $u(t)$ a la salida $y(t)$, es decir,
$$u(t) \xrightarrow{\Sigma_{x_0}} y(t)$$
$$y(t) = \Sigma_{x_0} u(t);$$
es una transformación invertible.

2. Si $x(0) = x_0 = \zeta$ no es inobservable, entonces
$$y(t) = \Sigma_{x_0} u(t) \neq 0.$$

Definición 2.2 *La entrada $u(t)$ es* distinguible *si $y(t) = 0$ para $t \geq 0$ entonces, en el limite $t \to \infty$, $u(t) \to 0$.*

Dentro de ese mismo contexto, se puede definir la observabilidad de la entrada en los sistemas dinámicos con condición inicial conocida, [5].

Sea el sistema dinámico LTI descrito por:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t), \quad x(0) = x_0, \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t). \end{aligned} \tag{1}$$

$x \in \mathbb{R}^n$ es el estado, $y \in \mathbb{R}^p$ es la salida y $u \in \mathbb{R}^m$ es la entrada desconocida. Las matrices A, B, C, D son de dimensiones apropiadas.

Definición 2.3 *Para el sistema (1) se dice que la entrada $u(t)$ es* observable *con conocimiento de x_0, si $y(t) = 0$ para $t \geq 0$ entonces $u(t) = 0$ para $t > 0$, toda vez que $x_0 = 0$.*

Si todas las entradas del sistema son observables, entonces se dice que el sistema es de entrada observable.

La Définition 2.3 implica que x_0 es inobservable. Si x_0 es inobservable entonces la observabilidad de la entrada implica la invertibilidad por la izquierda del sistema (1), (ver [14] para un estudio sobre la invertibilidad de los sistemas).

En ese caso $u \longmapsto y$ es una aplicación con núcleo nulo, lo cual es la inversa por la izquierda del sistema (1). Eso significa que para todo $x_0 \in \mathbb{R}^n$, la transformación afin $u \longmapsto y$ definida por el sistema (1) con $x(0) = x_0$, es invertible por la izquierda.

La observabilidad de la entrada es una propiedad muy fuerte. En efecto, consideremos el sistema (1) y sea

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t) &= A\bar{x}(t) + B\bar{u}(t), \quad \bar{x}(0) = \bar{x}_0, \\ \bar{y}(t) &= C\bar{x}(t) + D\bar{u}(t); \end{aligned} \tag{2}$$

entonces$y = \bar{y}$ implica dos consecuencias:

1. $x_0 - \bar{x}_0$ es inobservable.

2. $u = \bar{u}$.

   Si $y = \bar{y}$, luego, por substracción,

$$\frac{d}{dt}(x-\bar{x}) = A(x-\bar{x}) + B(u-\bar{u}),$$
$$0 = C(x-\bar{x}) + D(u-\bar{u});$$

por consiguiente, $(u-\bar{u}) = 0$ de acuerdo a la Definición 2.3. Así,

$$0 = C(x-\bar{x}) = Ce^{At}\left(x_0 - \bar{x}_0\right).$$

Calculando las derivadas de $0 = Ce^{At}\left(x_0 - \bar{x}_0\right)$ y efectuando la sustitución para $t = 0$, las siguientes ecuaciones son obtenidas:

$$\begin{aligned} 0 &= C\left(x_0 - \bar{x}_0\right), \\ 0 &= CA\left(x_0 - \bar{x}_0\right), \\ &\vdots \\ 0 &= CA^{n-1}\left(x_0 - \bar{x}_0\right); \end{aligned}$$

por lo tanto, $(x_0 - \bar{x}_0)$ es inobservable.

Sin embargo, si se restringe la inversión del sistema sobre una clase particular de entradas, es decir,

$$\mathrm{U}_0 = \left\{u(t): \quad u(0) = 0, \dot{u}(0) = 0, \ldots, u^{(n-1)} = 0\right\}$$

entonces la invertibilidad por la izquierda del sistema (1) implica la observabilidad de la entrada, es decir, esos conceptos son equivalentes. En efecto, supongamos que $u \in \mathrm{U}_0$; la salida y correspondiente es nula. Así,

$$0 = Ce^{At}x_0 + \int_0^t Ce^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau + Du(t) \tag{3}$$

Calculando las derivadas de la ecuación (3), hasta $n-1$, las siguientes ecuaciones son obtenidas:

$$\begin{aligned} 0 &= Ce^{At}x_0 + \int_0^t Ce^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau + Du(t) \\ 0 &= CAe^{At}x_0 + CBu(t) + \int_0^t CAe^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau + D\dot{u}(t) \\ 0 &= CA^2e^{At}x_0 + CABu(t) + CB\dot{u}(t) + \int_0^t CA^2e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau + D\ddot{u}(t) \\ &\vdots \\ 0 &= CA^{(n-1)}e^{At}x_0 + CA^{(n-2)}Bu(t) + \cdots + CBu^{(n-2)} + \int_0^t CA^{(n-1)}e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau + Du^{(n-1)}(t) \end{aligned}$$

Sustituyendo para $t = 0$,

$$\begin{aligned} 0 &= Cx_0 \\ 0 &= CAx_0 \\ 0 &= CA^2x_0 \\ &\vdots \\ 0 &= CA^{(n-1)}x_0; \end{aligned}$$

lo cual significa que x_0 es inobservable, y todas las soluciones para el sistema (1) satisfacen la siguiente ecuación:

$$y(t) = \int_0^t Ce^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau = 0.$$

Por lo tanto, la invertibilidad implica que $u = 0$, lo cual corresponde a la observabilidad de la entrada.

Una vez identificada la propiedad de observabilidad para una entrada, el problema que surge es la construcción de un *estimador*, el cual es un sistema dinámico que tiene como entrada la salida del sistema original y produce como salida un valor estimado de la entrada desconocida del sistema original.

Teorema 2.1 *Consideremos el sistema (1). Si (1) es de entrada observable, entonces existe un estimador para la reconstrucción de la entrada, el cual es descrito por*

$$\begin{aligned} \dot{z}(t) &= Fz(t) + G_1 y(t) \\ \hat{u}(t) &= Hz(t) + \sum_{i=0}^{l} G_2^i y^{(i)}(t); \end{aligned} \tag{4}$$

de tal forma que $\hat{u}(t) \to 0$ para todo $y(t)$ y para todo $x(0)$ arbitrario.

La demostración del Teorema 2.1 es dada en [5]. $y^{(i)}$ corresponde a la i-ésima derivada de la salida $y(t)$ y F, G_1, H, G_2^i, son las matrices a diseñar. La existencia del estimador se basa en una condición necesaria y suficiente para la invertibilidad de sistemas con condiciones iniciales conocidas, tal como es el caso de los modelos de diagnóstico para FDI. Podemos notar que el estimador depende de las derivadas de las salida. Esas derivadas pueden caracterizar también, la invertibilidad de los sistemas, [11]. En efecto, aplicando la derivación sucesiva para la salida del sistema (1), las siguientes relaciones son obtenidas:

$$\begin{aligned} y(t) &= Cx(t) + D_{00}u(t) \\ \dot{y}(t) &= CAx(t) + D_{10}u(t) + D_{11}\dot{u}(t) \\ \ddot{y}(t) &= CA^2x(t) + D_{20}u(t) + D_{21}\dot{u}(t) + D_{22}\ddot{u}(t) \\ &\vdots \\ y^{(k)}(t) &= CA^k x(t) + \sum_{i=0}^{k} D_{ki}u^{(i)}(t); \end{aligned}$$

donde los coeficientes D_{ki}, son funciones de A, B, C, D.

Sea la aplicación lineal $\mathbf{P}$, la cual es la proyección ortogonal sobre $\mathfrak{D}$, y donde $\mathfrak{D}$ está dado por:

$$\mathfrak{D} = \mathrm{Im}\begin{pmatrix} 0 \\ D_{11} \\ D_{21} \\ \vdots \\ D_{k1} \end{pmatrix} + \mathrm{Im}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ D_{22} \\ \vdots \\ D_{k2} \end{pmatrix} + \cdots + \mathrm{Im}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ D_{kk} \end{pmatrix}.$$

Por consiguiente, se puede establecer el siguiente teorema, [12] :

Teorema 2.2 *Sea el sistema (1). Si existe un k tal que* rang $\mathfrak{D}$ *es constante, y si*

$$\text{rang } (\mathbb{I} - \mathbf{P})\begin{pmatrix} D_{00} \\ D_{10} \\ D_{20} \\ \vdots \\ D_{k0} \end{pmatrix} = m \tag{5}$$

donde m es el número de entradas; entonces el sistema es invertible. Por consiguiente las entradas u pueden ser reconstruidas.

De esta manera, el estimador de la entrada resulta en un modelo inverso del sistema (1).

3 Filtres de FDI y la reconstrucción de la entrada

Sea el sistema de diagnóstico

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + \sum_{i=1}^{k} L_i\nu_i(t), \quad x(0) = x_0$$
$$y(t) = Cx(t) + \sum_{i=1}^{k} M_i\nu_i(t), \tag{6}$$

donde

- $L_i \in \mathbb{R}^{n\times q_i}$, es la dirección de la falla. Se supone que las diferentes direcciones de fallas son linealmente independientes. De manera similar $M_i \in \mathbb{R}^{p\times q_i}$ es la dirección de la falla en el espacio de salida.
- $\nu_i \in \mathfrak{V}_i \subset \mathbb{R}^{q_i}$, corresponde al modo de la falla. $\nu_i(t) = 0$ si $t < t_0$; y $\nu_i(t) \neq 0$ para $t \in [t_0, t_0 + \tau]$, $\tau > 0$.
- k es el número de fallas estadística y funcionalmente significativas.

La primera fase para la FDI es la generación de los residuales. En particular, se puede considerar un filtro basado en observadores de estado, [1,9,15]. En ese caso, la dinámica del error de estimación corresponde a :

$$\dot{e}(t) = (A - DC)e(t) + \sum_{i=1}^{k}(L_i - DM_i)\nu_i(t) \quad e(0) = x_0 - \hat{x}_0$$
$$\eta(t) = Ce(t) + \sum_{i=1}^{k} M_i\nu_i(t). \tag{7}$$

Donde $D \in \mathbb{R}^{n\times p}$ es la ganancia del observador a seleccionar. Esa ganancia debe ser tal que las fallas sean de entradas observables.

Definición 3.1 *Una falla ν_i, $i = 1,\ldots,k$, para el sistema de diagnóstico (6) es detectable (entrada observable), si existe un observador con ganancia D, asintóticamente estable, de tal manera que si la función $\nu_i : [0,\infty) \longrightarrow \mathbb{R}^p$ es tal que $\nu_i(t) = 0$ si $t \leq t_0$, y $\nu_i \neq 0$ para $t \in [t_0, t_0 + \tau]$, $\tau > 0$, entonces el error de la salida*

$$\eta(t) = Ce(t) + M_i\nu_i(t)$$

no es nulo sobre el intervalo $[t_0, t_0 + \tau]$.

Eso significa que la falla es una entrada observable. Si todas las fallas son detectables se dice que el sistema de diagnóstico es detectable.

Puesto que la detectabilidad está relacionada con la observabilidad de la entrada y ésta, a su vez, implica invertibilidad, entonces se puede establecer el siguiente teorema, [11]:

Teorema 3.1 *Sea el sistema de diagnóstico (6). El error de estimación es un sistema detectable si y solamente si, existe un observador con ganancia D asintóticamente estable, de tal manera que la ecuación dinámica :*

$$\dot{e}(t) = (A - DC)e(t) + (L_i - DM_i)\nu_i(t),$$
$$\eta(t) = Ce(t) + M_i\nu_i(t); \tag{8}$$

$i = 1, 2, \ldots k$, es invertible por la izquierda.

Así, la generación de los residuos se obtiene a través de la selección de D que garantice la invertibilidad de la dinámica del error de estimación.

Lema 3.1 *Una condición necesaria para la detectabilidad (invertibilidad) del error, bajo la i-ésima falla, es que*

$$\ker\begin{pmatrix} C(L_i - DM_i) \\ C(A-DC)(L_i - DM_i) \\ \vdots \\ C(A-DC)^{n-1}(L_i - DM_i) \end{pmatrix} = 0. \tag{9}$$

El sistema (8) es invertible si y solamente si, su matriz de transferencia es invertible, [8,16].

Teorema 3.2 *Sea el sistema de diagnóstico (6) detectable. Sea el sistema que considere la i-èsima falla, el cual se representa por*

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + L_i\nu_i(t) \\ y(t) &= Cx(t) + M_i\nu_i(t). \end{aligned} \tag{10}$$

Si ese sistema es invertible por la izquierda entonces la i-èsima falla es detectable.

Ver, [11]. Si ese es el caso, entonces la falla puede ser reconstruida.

Para el diagnóstico de las fallas es necesario determinar con precisión el origen de la anomalía funcional. Esto se puede lograr asignando cada una de las fallas a direcciones particulares en el espacio de la salida. De igual manera, se puede establecer un criterio de separación mediante la reconstrucción de los modos de las fallas.

Definición 3.2 *Sea el sistema de diagnóstico (6). Se dice que las fallas son separables si existe un observador con ganancia D y unos sub-espacios $\mathfrak{Y}_1, \mathfrak{Y}_2, \ldots, \mathfrak{Y}_k \subset \mathbb{R}^q$, en el espacio de las salidas, tal que :*

1. *Las salidas del error de estimación :*

   $$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= (A-DC)e(t) + (L_i - DM_i)\nu_i \\ \eta_i(t) &= Cx(t) + M_i\nu_i(t), \end{aligned}$$

   son tales que $\eta_i(t) \in \mathfrak{Y}_i$ para $\nu_i : [0,\infty) \longrightarrow \mathbb{R}$, $t > 0$.

2. $$\mathfrak{Y}_i \bigcap \left(\sum_{\substack{j \neq i \\ j=1}}^{k} \mathfrak{Y}_j \right) = 0.$$

Sean las matrices

$$L = (L_1 \quad L_2 \quad \cdots \quad L_k) \quad M = (M_1 \quad M_2 \quad \cdots \quad M_k)\,.$$

Consideremos las fallas ν_i de manera individual, con sus residuos correspondientes η_i. La ecuación de error para cada una de las fallas es descrita por:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= (A-DC)e(t) + (L_i - DM_i)\nu_i(t) \\ & \qquad\qquad i = 1, 2, \ldots, k, \\ \eta_i(t) &= Ce(t) + M_i\nu_i(t); \end{aligned} \tag{11}$$

Si cada una de las fallas ν_i produce un residuo η_i, entonces dichas fallas son detectables.

Estableciendo un residuo η_i para cada falla ν_i, se puede notar que unas fallas diferentes pueden activar un mismo residuo. Por lo tanto, si se define la clase de equivalencia de las salidas $(\eta_1(t), \ldots, \eta_k(t))$ à $\eta(t)$, es decir, el sistema $(\eta_1(t), \ldots, \eta_k(t)) \longrightarrow \eta(t)$, el cual corresponde a:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= (A-DC)e(t) + (L-DM)\nu(t), \\ \eta(t) &= Ce(t) + M\nu(t), \end{aligned} \tag{12}$$

donde $\nu(t) = (\nu_1 \;\; \nu_2 \;\; \cdots \;\; \nu_k)^T$. En ese caso $\eta(t)$ no depende de la selección de $\nu_1(t), \cdots, \nu_k(t)$ si no de sus salidas respectivas $\eta_1(t), \ldots, \eta_k(t)$, entonces les residuos iguales η_i's tiene una misma imagen en η.

En este orden de ideas, se puede enunciar el siguiente teorema, [11]:

Teorema 3.3 *Consideremos la ecuación de error para las fallas individuales dada en (11). Sea el sistema de salidas $(\eta_1(t), \ldots, \eta_k(t)) \longrightarrow \eta(t)$ descrito por (12).*

Entonces el sistema de error es de salida separable si y solamente si, el sistema

$$(\eta_1(t), \ldots, \eta_k(t)) \longrightarrow \eta(t)$$

es invertible por la izquierda.

Nuevamente se establece un condición de invertibilidad, la cual es equivalente a la observabilidad de los modos de las fallas.

Por consecuencia, se puede establecer el siguiente resultado, [11]:

Teorema 3.4 *Sea el sistema (6). Consideremos que existe un observador con ganancia D asintóticamente estable. Tal observador permite detectar y diagnosticar todas las fallas si y solamente si el sistema de error (11) y (12) es invertible.*

Por lo tanto, la detectabilitdad y la separabilidad de las fallas son equivalentes a la invertibilidad del sistema de error $\nu(t) \longrightarrow \eta(t)$, misma que es equivalente a la observabilidad de los modos de las fallas.

De la regularidad de la matriz de ganancia D, se puede deducir un resultado para la FDI por reconstrucción de los modos de fallas considerando las características del sistema original, [11].

Lema 3.2 *Sea el sistema de diagnóstico (6), donde el par (A, C) es detectable. Supongamos que, con respecto a $\nu(t)$, el sistema*

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + L\nu(t), \\ y(t) &= Cx(t) + M\nu(t) \end{aligned} \tag{13}$$

es invertible. Entonces existe un observador con una dinámica asintóticamente estable, que permite detectar y separar las fallas.

Se puede deducir que la condición de invertibilidad del sistema (13) implica que la matriz

$$\mathbb{F} = \mathfrak{O}L;$$

donde $\mathfrak{O}$ es la matriz de observabilidad de (13), es una matriz de rango completo.

Si las condiciones para el Lema 3.2 son satisfechas, entonces las fallas pueden ser reconstruídas aplicando el Teorema 2.2.

4 Ejemplo numérico

Sea el sistema

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} u(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \nu_1(t) + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \nu_2(t); \\ y(t) &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x(t). \end{aligned}$$

Para ese sistema, las condiciones de detectabilidad y de separabilidad son satisfechas. Efectivamente, la matriz de observabilidad está dada por:

$$\mathfrak{O} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & -3 \end{bmatrix};$$

por lo tanto,

$$\mathbb{F} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & -2 \\ 1 & 0 \\ -2 & -1 \\ -2 & -3 \end{bmatrix}.$$

El rango de $\mathbb{F}$ es 2, (número de fallas).

A pesar de satisfacer las condiciones, si queremos construir un filtro para el diagnóstico de las fallas basado en la A, C-invariancia, [9]; la separabilidad de las fallas es imposible, solo se puede alcanzar la detectabilidad.

Por el contrario, la separabilidad de las fallas se puede lograr por reconstrucción de los modos de fallas. En efecto, si $y_1(t) = x_1(t)$ y $y_2(t) = x_3(t)$, las salidas del sistema, entonces:

$$\begin{aligned} \dot{y}_1(t) &= -x_2(t) - 2y_2(t) \\ \dot{y}_2(t) &= 2y_1(t) + x_2(t) + \nu_2(t). \end{aligned}$$

Por lo tanto

$$x_2(t) = -2y_2(t) - \dot{y}_1(t).$$

De modo que

$$\nu_2(t) = -2y_1(t) + 2y_2(t) + \dot{y}_1(t) + \dot{y}_2(t).$$

Dado que

$$\dot{x}_2(t) = -2\dot{y}_2(t) - \ddot{y}_1(t) = -y_1(t) + y_2(t) + u(t) + \nu_1(t),$$

entonces,

$$\nu_1(t) = y_1(t) - y_2(t) - u(t) - 2\dot{y}_2(t) - \ddot{y}_1(t).$$

Así, las fallas se pueden reconstruir a partir de las señales medidas.

De manera ilustrativa, las Figuras 1, 2 y 3 muestran los resultados de las simulaciones.

La falla $\nu_1(t)$ se activa en un tiempo $t = 25s$. La falla $\nu_2(t)$ se hace presente a partir de $t = 65s$. Para ambas situaciones, se puede notar que los residuos, vale decir, los modos de fallas reconstruídos permanecen muy estrechamente cercano al cero hasta el momento en las fallas son disparadas, y en cada uno en particular. De modo que las fallas son detectadas y diagnósticadas.

5 Conclusiones

Se ha presentado una técnica para la síntesis de filtros de detección y de diagnóstico de fallas mediante la reconstrucción de los modos de fallas.

Las condiciones para la existencia de tal filtro corresponde a la condición de invertibilidad del sistema caracterizado por las fallas, vistas como entradas, y las salidas del sistema sin tales fallas.

La condición de invertibilidad es una consecuencia de la equivalencia entre la observabilidad-reconstructibilidad de la entrada y la inversión de sistemas. En consecuencia, un reconstructor de las entradas se puede interpretar como un sistema inverso.

La reconstrucción de las fallas mediante inversión es una metodología menos restrictiva que la síntesis de filtros de detección y de diagnóstico de fallas basados en el enfoque geométrico (sub-espacios (A, C)-invariantes).

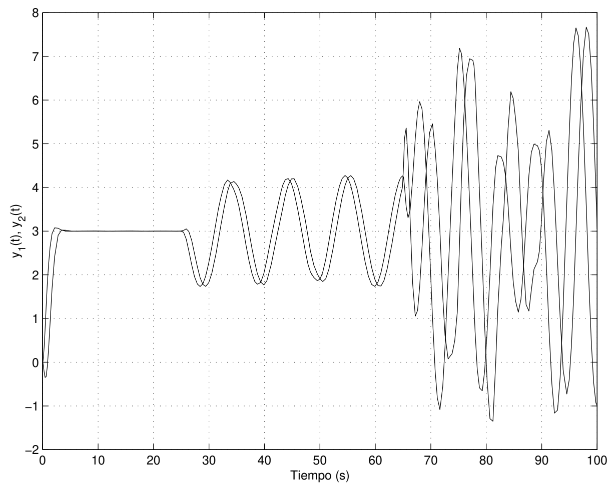

Figura 1. Las salidas del sistema

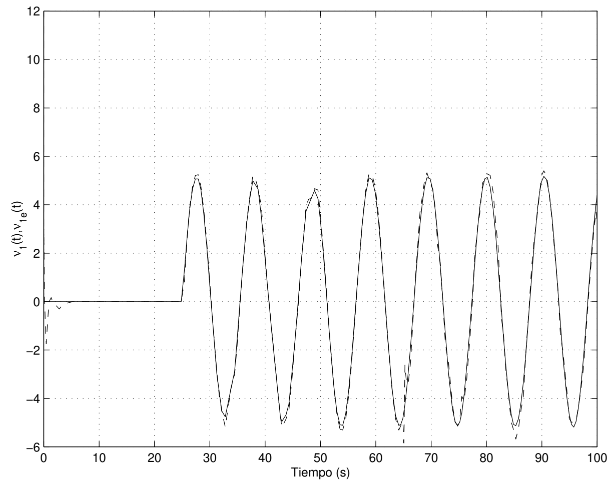

Figura 2. La falla $\nu_1(t)$ (—), y su reconstrucción $\nu_{1e}(t)$ (- - -).

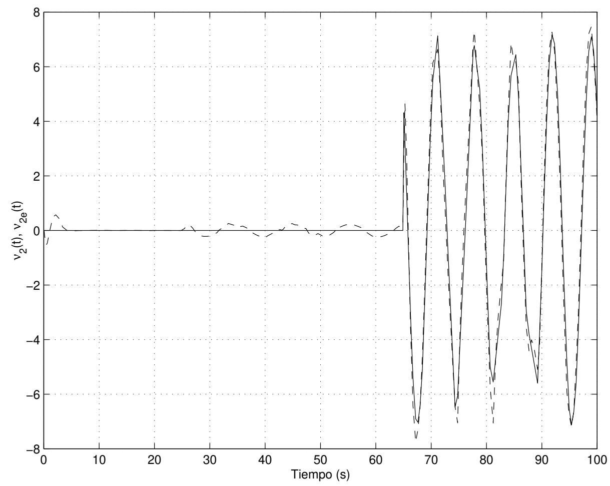

Figura 3. La falla $\nu_2(t)$ (—), y su reconstrucción $\nu_{2e}(t)$ (- - -).

Referencias

1. R. Beard, *Failure Accommodation in Linear Systems Throught Self-Reorganization*, PhD thesis, Mass. Inst. Technol., Cambridge, 1971.
2. R. Douglas and J. Speyer, *Robust fault detection filter design*, AIAA J. of Guidance, Control and Dynamics, 19 (1996), pp. 214–218.
3. A. Edelmayer, *Robust detection filter design in uncertain dynamical systems: Summary and new results*, in Internal Report of the Systems and Control Laboratory - SZTAKI, Budapest, 1996.
4. J. Gertler, *Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems*, Marcel Dekker, 1998.
5. M. Hou and R. Patton, *Input observability and input reconstruction*, Automatica, 34 (1998), pp. 789–794.
6. R. Iserman, *Process fault detection based on modeling and estimation methods - a survey*, Automatica, 20 (1984), pp. 387–404.
7. H. Jones, *Failure Detection in Linear Systems*, PhD thesis, Mass. Inst. Technol., Cambridge, 1973.
8. T. Kailath, *Linear Systems*, Prentice-Hall, 1980.
9. M. Massoumnia, *A geometric approach to the synthesis of failure detection filters*, IEEE Trans. Automatic Control, 31 (1986), pp. 839–846.
10. R. Patton, H. Zhang, and J. Chen, *Modelling of uncertainties for robust fault diagnosis*, in 31th IEEE Conference on Decision and Control, Tucson, 1992, pp. 921–926.
11. A. Ríos-Bolívar, *Sur la Synthèse de Filtres de Détection et Diagnostic de Défauts dans les Systèmes Dynamiques*, PhD thesis, Université Paul Sabatier, Toulouse, France, 2001.
12. A. Ríos-Bolívar and F. Szigeti, *A fdi filter based-on inversion for nonlinear systems*, in Accepted in 5th WSES/IEEE WORLD MULTICONFERENCE ON Circuits, Systems, Communications and Computers (CSCC 2001), Crete - Greece, 2001.
13. A. Ríos-Bolívar, F. Szigeti, and R. Tarantino, *An approach for fault detection filter design*, in Dynamic and Control Conference Dycons'99, Ottawa - Canada, 1999.
14. L. Silverman, *Inversion of multivariable linear systems*, IEEE Trans. Automatic Control, 14 (1969), pp. 270–276.
15. R. Tarantino, F. Szigeti, and E. Colina, *Generalized luenberger observer-based-fault detection filter design: An industrial application*, Control Engineering Practice, 8 (2000), pp. 665–671.
16. L. Zadeh and C. Desoer, *Linear System Theory: The state space approach*, McGraw-Hill, 1963.