

Primer Examen Parcial

Cálculo 20. Sem-A10

Prof. José Luis Herrera

1. Dadas las siguientes funciones, estudie su derivabilidad.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-2}{1-e^{\frac{1}{x-2}}} & \text{si } x \neq 2 \\ 0 & \text{si } x = 2 \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} \sin(x) & \text{si } x \geq 0 \\ x^2 & \text{si } 0 > x > -1 \\ -2x - 1 & \text{si } -1 \geq x \end{cases}$$

2. Demuestre que la suma de las intersecciones x y y de cualquier recta tangente a la curva $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{c}$ es igual a c .
3. Desde lo alto de un acantilado se dejan caer dos rocas, una tras otra con t_0 segundos de diferencia. Determine con que velocidad se separan estas rocas en cualquier instante.
4. Sea $g(x) = x^4 + 3x^2 - 2$. a) Probar que g tiene inversa en $(0, +\infty)$. b) Hallar $(g^{-1})'(2)$. c) Hallar la recta tangente al gráfico de g en el punto $(1, 2)$. c) Hallar la recta tangente al gráfico de g^{-1} en el punto $(2, 1)$.
5. Para qué valores de r la función $y = e^{rx}$ satisface la ecuación $y'' + 5y' - 6y = 0$?
6. Calcule la derivada de las siguientes funciones y llegue al resultado que se le pide.

a) $y = e^x \tan\left(\frac{x}{2}\right)$, $y' = e^x \left[\frac{1 + \sin(x)}{1 + \cos(x)} \right]$

b) $y = 3b^2 \arctan \sqrt{\frac{x}{b-x}} - (3b + 2x)\sqrt{bx - x^2}$, $y' = 4x \sqrt{\frac{x}{b-x}}$

c) $y = \ln(\sqrt{1+e^x} - 1) - \ln(\sqrt{1+e^x} + 1)$, $y' = \frac{1}{\sqrt{1+e^x}}$