Primer Examen Parcial
Cálculo 20. Sem-A11

Prof. José Luis Herrera

1. Sea
$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 7 & si \quad 0 \leq x \leq b \\ \frac{6}{x} & si \quad b < x \end{cases},$$

2. Mediante derivación implícita demuestre que cualquier tangente en un punto P a una cicunferencia con centro O es perpendicular al radio OP.

3. Dos resistencias R_1 y R_2, están conectadas en paralelo. Se sabe que la resistencia total R es tal que:
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$
R_1 cambia a razón de 0.5 $ohms/seg$ y R_2 cambia a razón de 0.3 $ohms/seg$, cómo cambia R cuando $R_1 = 60$ $ohms$ y $R_2 = 80$ $ohms$.

4. Muestre que si el volumen de un globo decrece a una tasa proporcional al área de su superfície, el radio del globo se contrae a una tasa constante.

5. Calcule la derivada de las siguientes funciones y llegue al resultado que se le pide.

$$a) \quad y = \frac{\arccos(x)}{x} + \frac{1}{2}\ln\frac{1-\sqrt{1-x^2}}{1+\sqrt{1-x^2}} \quad , \quad y' = -\frac{\arccos(x)}{x^2}$$

$$b) \quad y = -\frac{\cos x}{2\sin^2 x} + \ln\sqrt{\frac{1+\cos x}{\sin x}} \quad , \quad y' = \frac{\cos^2 x}{\sin^3 x}$$

$$c) \quad y = \left(\frac{a}{b}\right)^x \left(\frac{b}{x}\right)^a \left(\frac{x}{a}\right)^b \quad , \quad y' = y\left(\ln\frac{a}{b} - \frac{a-b}{x}\right)$$