Primer Exámen Parcial
Cálculo 20. Semestre B-2008

Prof. José Luis Herrera

1. Realice las siguientes demostraciones.

$$a)y = \ln\frac{1+\sqrt{\sin(x)}}{1-\sqrt{\sin(x)}} + 2\arctan\left(\sqrt{\sin(x)}\right), \quad \Rightarrow \quad y' = \frac{2}{\cos(x)\sqrt{\sin(x)}}$$

$$b)y = 3^{\frac{\sin(ax)}{cos(bx)}} + \frac{1}{3}\frac{\sin^3(ax)}{\cos^3(bx)}, \Rightarrow y' = \left(3^{\frac{\sin(ax)}{cos(bx)}}\ln 3 + \frac{\sin^2(ax)}{\cos^2(bx)}\right) \times \frac{a\cos ax\cos bx + b\sin ax\sin bx}{\cos^2 bx}$$

   http://www.ula.ve/raiz/estudios/admision/ofae.php

2. Dos de los lados de un triángulos miden $4m$ y $5m$ de longitud, y el ángulo entre ellos está aumentando a razón de $0.06rad/seg$. Encuentre la razón con la que aumenta el área del triángulo cuando el ángulo entre los lados es de $\pi/3$.

3. Deducir la fórmula aproximada

$$\sqrt[3]{x+\Delta x} \approx \sqrt[3]{x} + \frac{\Delta x}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

   y hallar los valores aproximados de $\sqrt[3]{10}$, $\sqrt[3]{70}$, $\sqrt[3]{200}$.

4. Resuelva los siguientes límites, utilizando la regla de L'Hopital.

$$a)\lim_{x\to 1}(1-x)^{\cos(\frac{\pi x}{2})}, \quad b)\lim_{x\to+\infty} x^{\frac{1}{x}}, \quad c)\lim_{x\to\frac{\pi}{4}}\frac{\sec^2 x - 2\tan x}{1+\cos 4x}$$

5. Derivar, las siguientes funciones, de manera implicita.

$$a)x^y = y^x, \quad b)y^5 + x^2y^3 = 1 + ye^{x^2}$$

6. Utilice derivación implicita para encontrar la ecuación de la recta tangente a la curva $2(x^2+y^2)^2 = 25(x^2-y^2)$, en el punto $(3,1)$.