

Primer Exámen Parcial

Cálculo 20. Intensivo 2010

Prof. José Luis Herrera

1. Realice las siguientes demostraciones.

$$a) y = \ln \frac{1 + \sqrt{\sin(x)}}{1 - \sqrt{\sin(x)}} + 2 \arctan \left(\sqrt{\sin(x)} \right), \Rightarrow y' = \frac{2}{\cos(x)\sqrt{\sin(x)}}$$

$$b) y = 3^{\frac{\sin(ax)}{\cos(bx)}} + \frac{1 \sin^3(ax)}{3 \cos^3(bx)}, \Rightarrow y' = \left(3^{\frac{\sin(ax)}{\cos(bx)}} \ln 3 + \frac{\sin^2(ax)}{\cos^2(bx)} \right) \times \frac{a \cos ax \cos bx + b \sin ax \sin bx}{\cos^2 bx}$$

2. Suponga que un derrame de petróleo se está limpiando por medio de bacterias esparcidas en él, las cuales lo consumen a razón de $4m^3/hora$. El derrame está modelado por la forma de un cilindro muy delgado cuya altura es el grosor de la capa de petróleo. Cuando el grosor de la capa es de $0.01m$ el cilindro tiene $500m$ de diámetro. Si la altura disminuye a razón de $0.0005m/hora$, a qué razón cambia el área de la capa?
3. Demuestre que la suma de las intersecciones x y y de cualquier recta tangente a la curva $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{c}$ es igual a c .
4. Hallar los valores de a y b para que f sea diferenciable en 1:

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{si } x < 1 \\ \sqrt[3]{x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$