

Criterios de Rotura

1. Esfuerzos

Analíticos

Matriz de Rotación

2. Criterios de Rotura

Criterio de Morh- Coulomb

Criterio de Hoek y Brown

Criterio de Barton y Choubey

Criterio de Rotura de Bieniawski

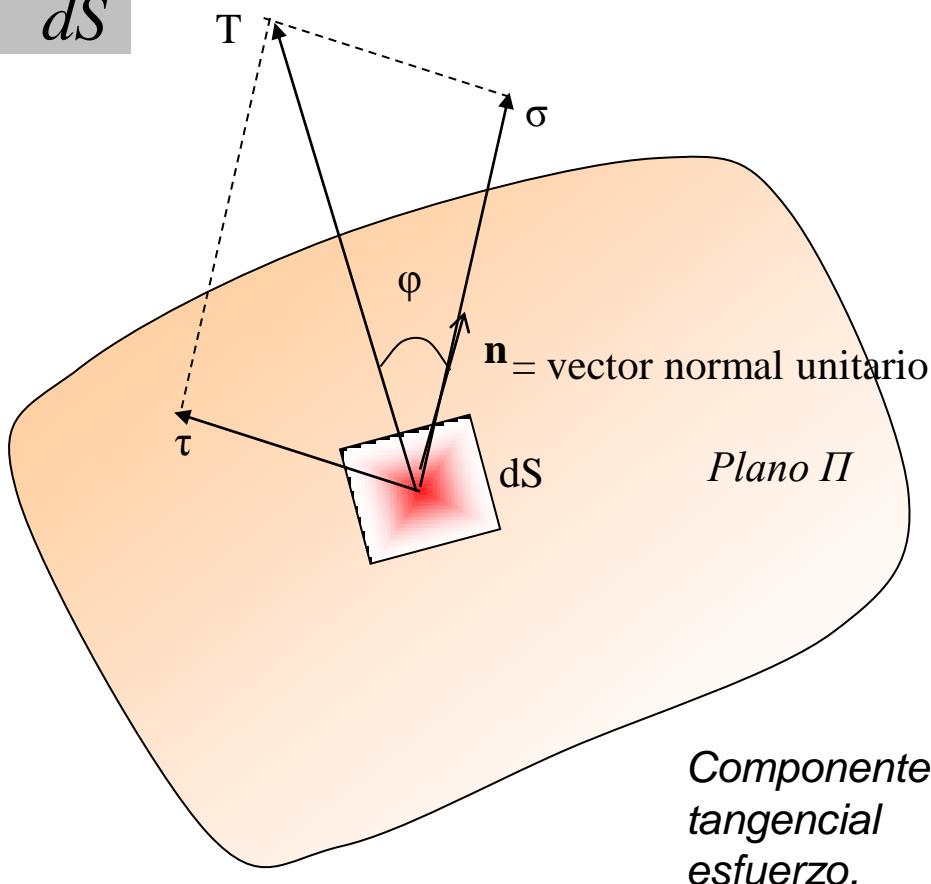
EL TENSOR DE ESFUERZOS:

Las **fuerzas**, que actúan en un medio continuo se clasifican en fuerzas de cuerpo (o de masa) y fuerzas de superficie. Las primeras están distribuidas de manera continua en todo el medio, las segundas solamente sobre ciertas superficies.

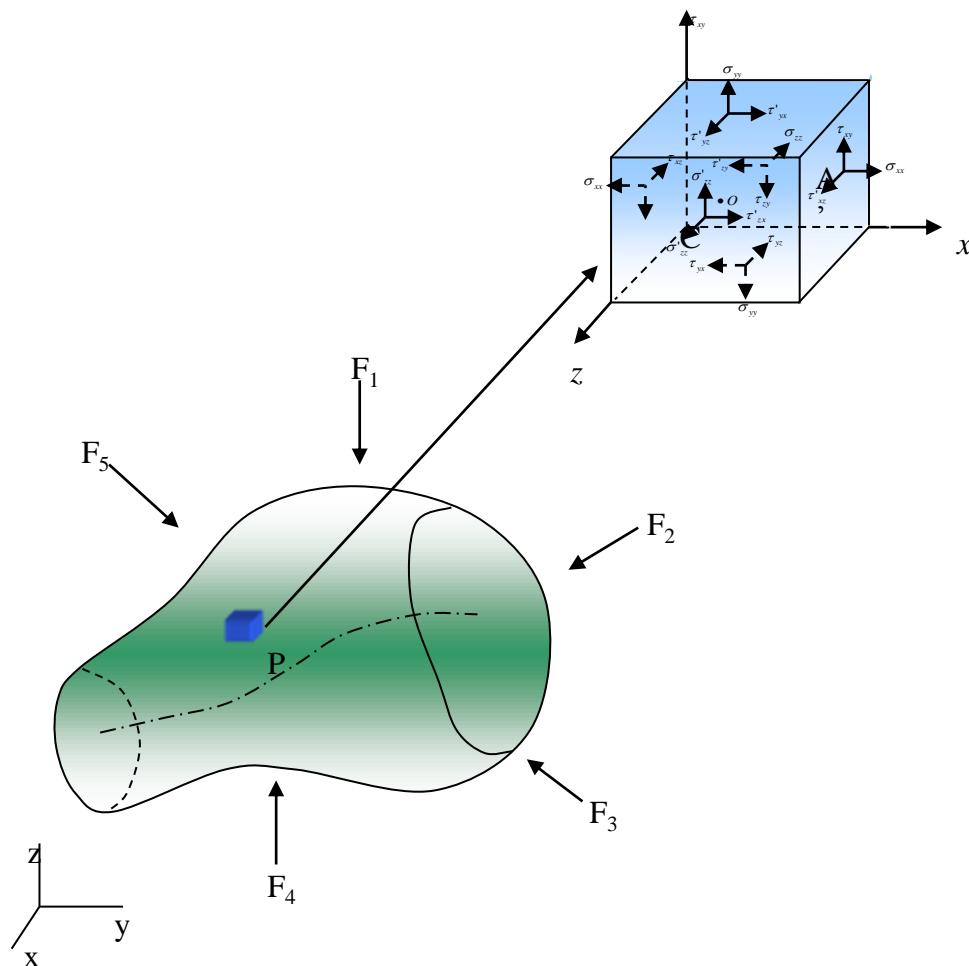
El **Esfuerzo**, se puede definir suponiendo que una fuerza \mathbf{F} actúa sobre una superficie S , estando distribuida sobre la misma de manera continua, de modo que a una pequeña área parcial ΔS corresponda una pequeña parte ΔF de la fuerza total. La tensión T se define como el valor límite de la superficie.

Geotecnia: Tema 2 Criterios de rotura

$$T = \overset{n}{T} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta S} = \frac{dF}{dS}$$



Geotecnia: Tema 2 Criterios de rotura

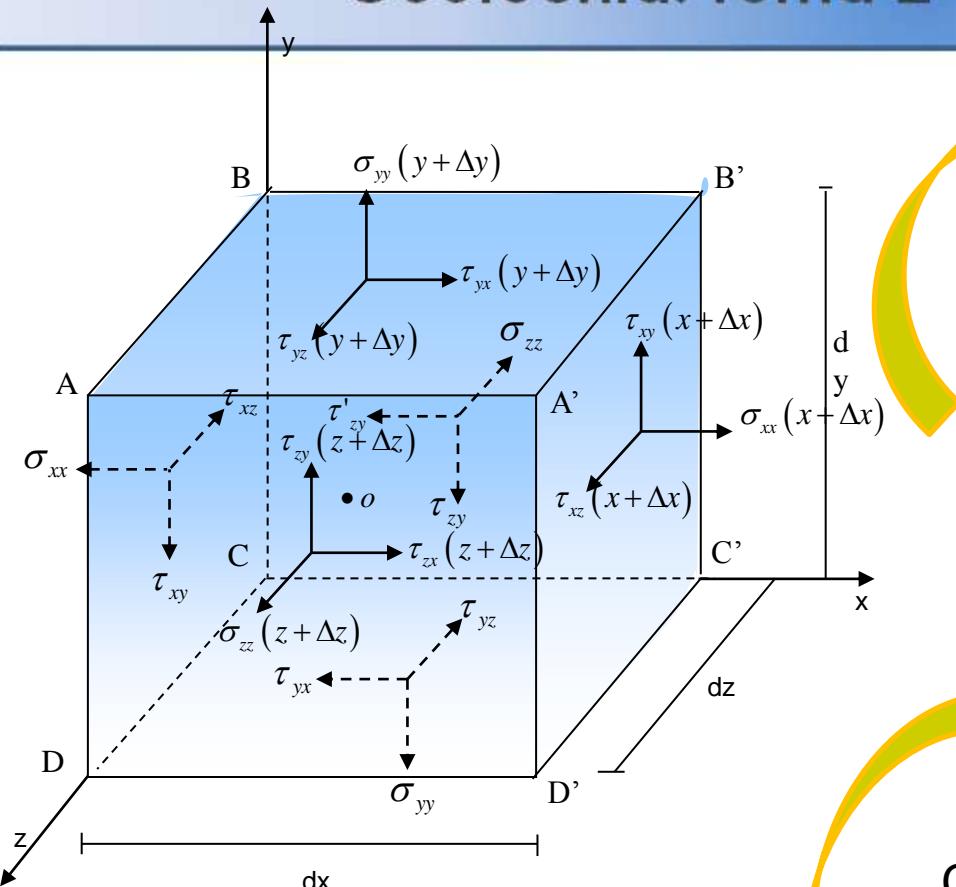


Fuerzas que actúan sobre un paralelepípedo en equilibrio.

El estado de esfuerzo en un punto no puede ser definido como un simple vector, es una magnitud tensorial, en cuya definición se precisan 9 componentes:

Se considera un medio:
Isótropo
Homogéneo
Elástico
Equilibrio

Geotecnia: Tema 2 Criterios de rotura



Componentes de la matriz de esfuerzos

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix}$$

De estas nueve componentes solo seis son independientes:

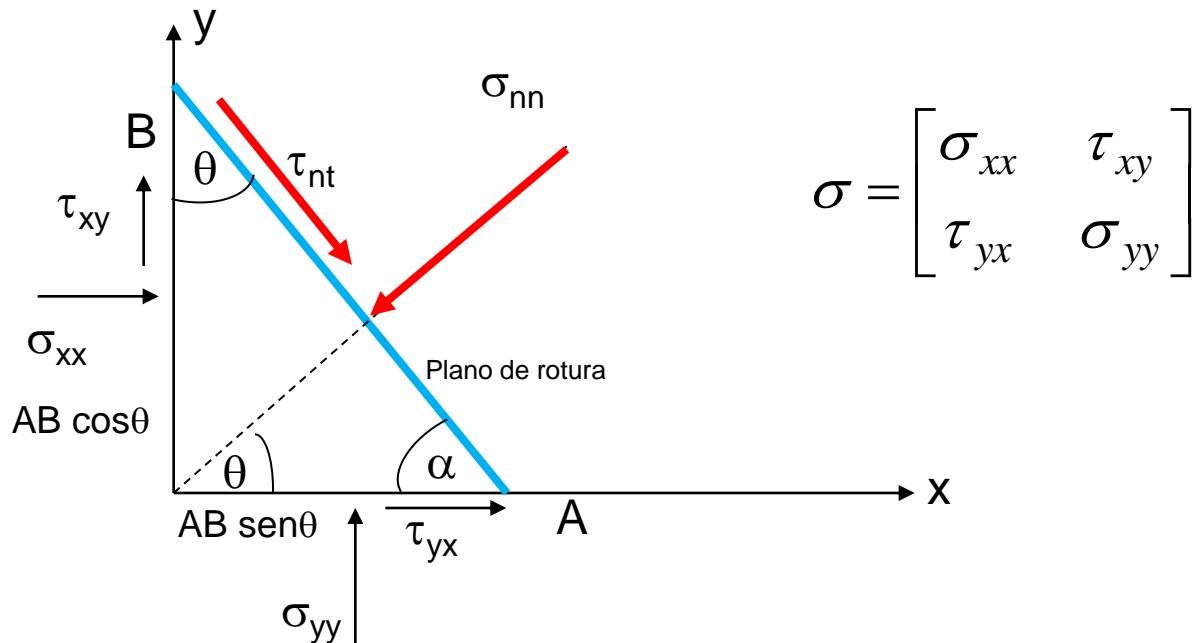
$$(\sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{zz})$$

$$(\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yx}, \tau_{yz}, \tau_{zx}, \tau_{zy})$$

Como el estado tensional es independiente de cualquier movimiento de rotación debe cumplirse:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} \quad y \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}$$

Estado de esfuerzo en un plano:



$$\sigma_{nn} = \frac{1}{2}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) + \frac{1}{2}(\sigma_{xx} - \sigma_{yy})\cos(2\theta) + \tau_{xy} 2\sin(\theta)\cos(\theta)$$

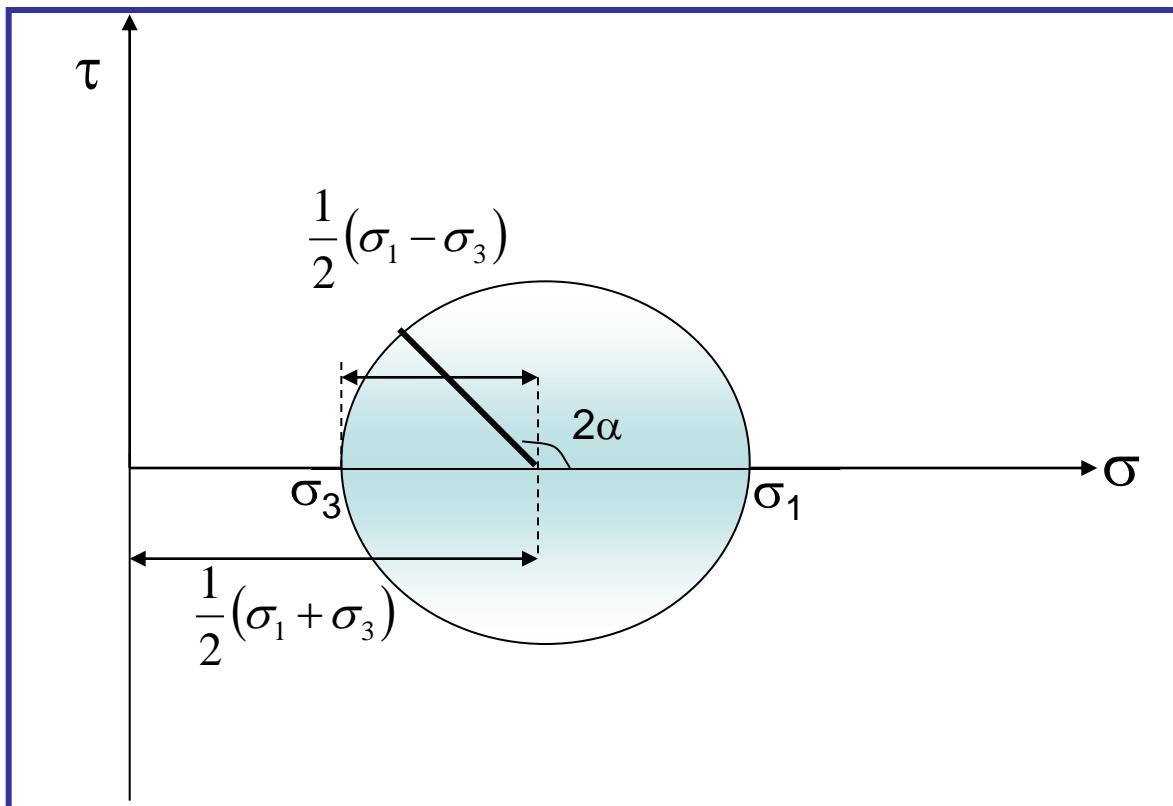
$$\tau_{nt} = \frac{1}{2}(\sigma_{yy} - \sigma_{xx})\sin(2\theta) + \tau_{xy} \cos(2\theta)$$

DEMOSTRACIÓN 1

Geotecnia: Tema 2 Criterios de rotura

Círculo de Mohr de esfuerzos en dos dimensiones

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{nn} = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\cos(2\alpha) \\ \tau_{nt} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\sin(2\alpha) \end{array} \right.$$



Balmer, 1952

DEMOSTRACIÓN 2

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{nn} = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\cos(2\alpha) \\ \tau_{nt} = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\sin(2\alpha) \end{array} \right.$$

$$\left[\sigma_{nn} - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \right]^2 = \left[\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\cos 2\alpha \right]^2$$
$$(\tau_f)^2 = \left[\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3)\sin 2\alpha \right]^2$$

$$\left[\sigma_{nn} - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \right]^2 + \tau_f^2 = \left[\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \right]^2$$

Matriz de rotación para determinar los esfuerzos:

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} x' - x & x' - y \\ y' - x & y' - y \end{bmatrix}$$

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \cos(90 + \alpha) \\ \cos(90 - \alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\operatorname{sen} \alpha \\ \operatorname{sen} \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

Donde:

$\bar{\sigma}'$ = Matriz de esfuerzo en el plano x' y'

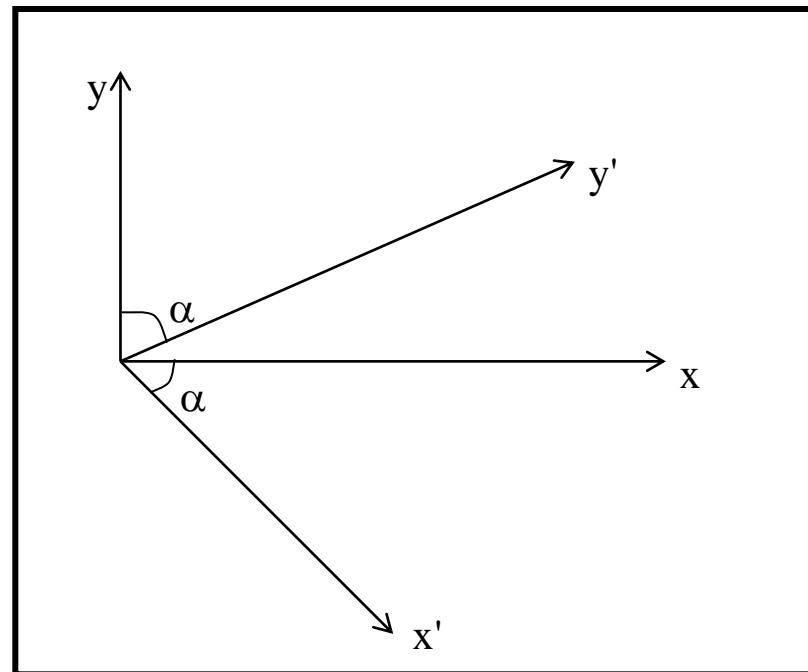
$\bar{\sigma}$ = Matriz de esfuerzo en el plano x y

\bar{R} = Matriz de rotación

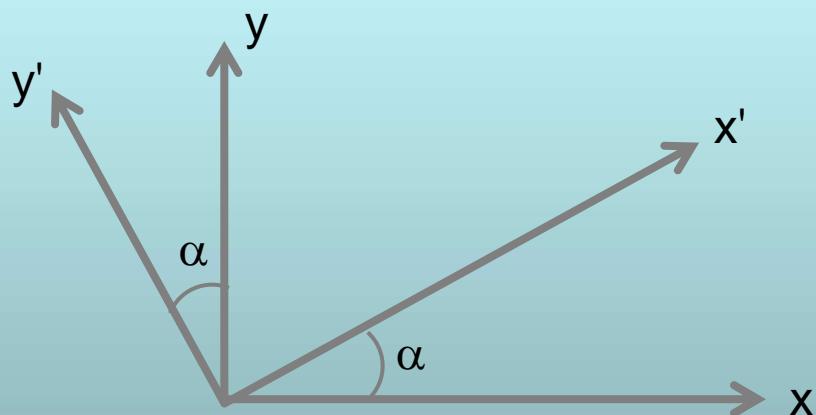
\bar{R}^T = Matriz transpuesta de rotación.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x'x'} & \tau_{x'y'} \\ \tau_{y'x'} & \sigma_{y'y'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\operatorname{sen} \alpha \\ \operatorname{sen} \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha & \operatorname{sen} \alpha \\ -\operatorname{sen} \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

DEMOSTRACIÓN 3



Representación del sistema de coordenados rotado.



$$\bar{R} = \begin{bmatrix} x' - x & x' - y \\ y' - x & y' - y \end{bmatrix}$$

$$\bar{R} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \cos(90 - \alpha) \\ \cos(90 + \alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \alpha & \operatorname{sen} \alpha \\ -\operatorname{sen} \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

CRITERIOS DE ROTURA:

Son expresiones matemáticas que representan modelos que permiten estimar la resistencia del material en base a los esfuerzos aplicados y a sus propiedades resistentes y predecir cuando ocurre la rotura.

Los criterios de rotura o de resistencia constituyen la base de los métodos empíricos y permiten evaluar la resistencia de los macizos rocosos a partir de los esfuerzos actuantes y de las propiedades resistentes del material rocoso.

RESISTENCIA A LA CIZALLA EN UN PLANO:

Se define como el valor del esfuerzo tangencial τ que debe actuar en el plano para que se produzca rotura en el. Como primera aproximación se formula el siguiente criterio de rotura:

Una roca se rompe por un plano determinado cuando la componente del esfuerzo tangencial τ en el mismo iguala o supera su resistencia a la cizalla.

LA ROTURA DE LA ROCA- ROTURA FRÁGIL Y DÚCTIL

Para un estado simple de esfuerzo el problema es establecer la seguridad a la rotura es sencillo, pues sólo se requiere determinar la tensión que produce la rotura por compresión, tracción o corte, y luego aplicar un criterio con respecto a la seguridad que se dispone.

En cambio el problema se complica al considerar el macizo rocoso sujeto a un estado bidimensional o tridimensional. En definitiva muchos investigadores mencionan que los más correcto es decir que el material ha alcanzado la rotura cuando llega a un límite de solicitud tal que las tensiones producen un valor para el cual la estructura investigada ha dejado de cumplir su función resistente para el fin que ha sido diseñado.

Por otra parte, hay que tener presente que el comportamiento mecánico de las rocas es función de factores como su composición mineralógica, microestructura, así como otras variables relacionadas con la presión de fluido , temperatura , el nivel del estado tensional y deformación.

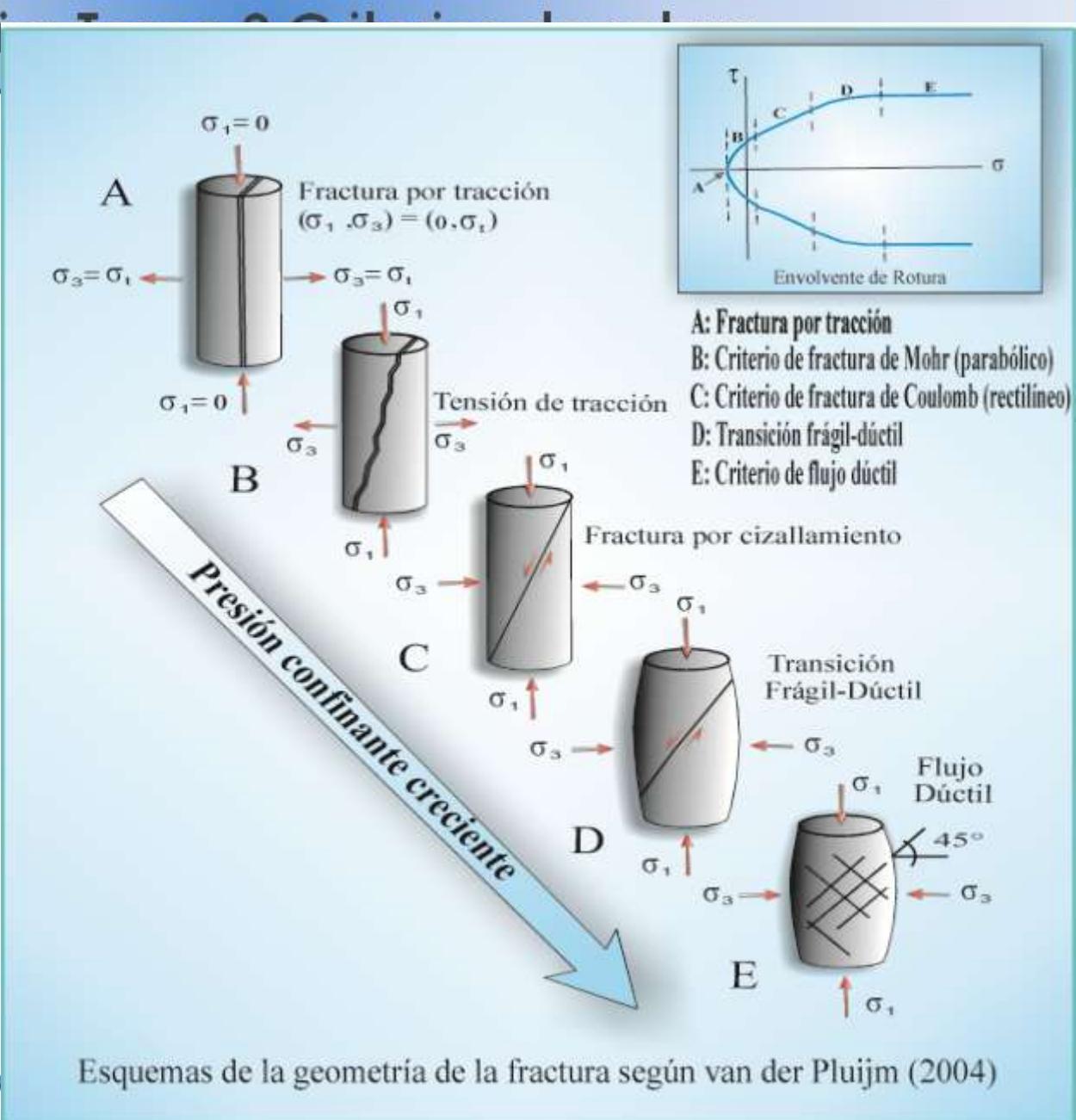
En el caso del **comportamiento frágil**, la roca se caracteriza por una relación inicial elástica, que luego en la vecindad o cercanía del punto cedente (yield point) se produce un cambio muy rápido en la pendiente de la curva tensión-deformación, seguida por una pérdida apreciable de la cohesión y caída del esfuerzo diferencial ($\sigma_1 - \sigma_3$) o σ_1 ; no existe deformación plástica y la fractura es súbita.

Adicionalmente, al estar la roca sometida a un estado de presiones de confinamiento y temperaturas bajas, su comportamiento es frágil y se manifiesta por la formación de fracturas cuyos tipos principales de estructuras geológicas están representadas por fallas y diaclasas.

Por otra parte, el **comportamiento dúctil** se caracteriza por una deformación permanente después del punto cedente. Adicionalmente la ductilidad de los materiales tiene la habilidad de sufrir grandes deformaciones permanentes sin fracturarse, Mogi, menciona que no hay una propuesta universal para medir numéricamente la ductilidad. En este sentido, recomienda la propuesta de Hundin, en la cual la deformación total permanente previa a la fractura debe considerarse como una medida relativa de la ductilidad, la cual es cuantificada como un porcentaje del alargamiento.

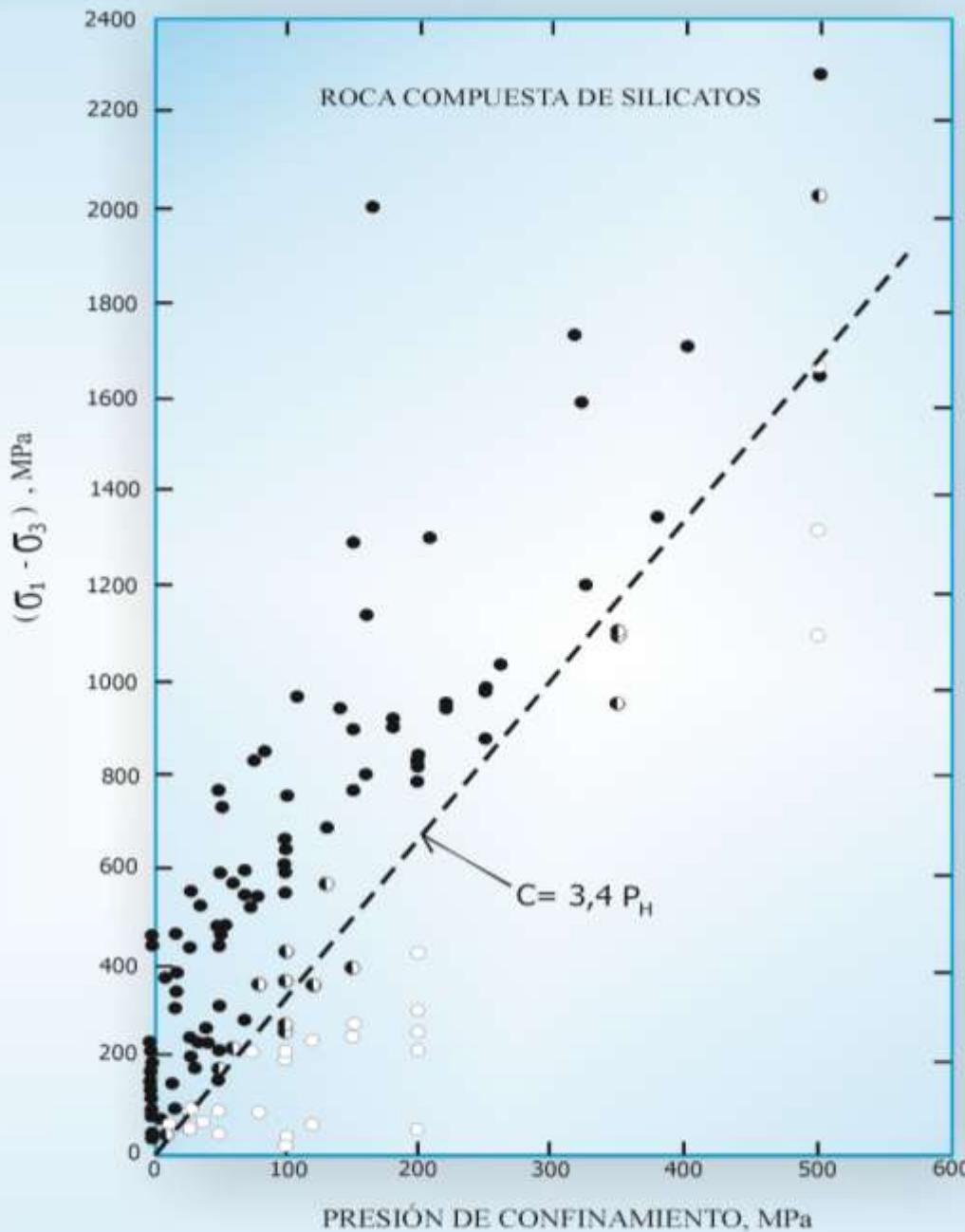
Al considerar el comportamiento frágil y dúctil , Oyarzun y Doblas indican que la profundidad de transición en la cual la deformación traspasa de frágil a dúctil puede considerarse aproximadamente como un valor de referencia unos 10,00 a 15,00 km bajo la superficie, por cuanto existe la posibilidad de encontrar deformación dúctil a profundidades menores como resultado de un elevado gradiente geotérmico debido a magmatismo activo o acción hidrotermal.

La figura, muestra de acuerdo a B. van Pluijm y S. Marshak (véase Earth Structure An Introduction to Structural Geology and Tectonic <http://www.globalchange.umich.edu/ben/ES/>), la envolvente de Mohr para diferentes campos de tensiones y la deformación de la roca al incrementarse la presión de confinamiento.



Esquemas de la geometría de la fractura según van der Pluijm (2004)

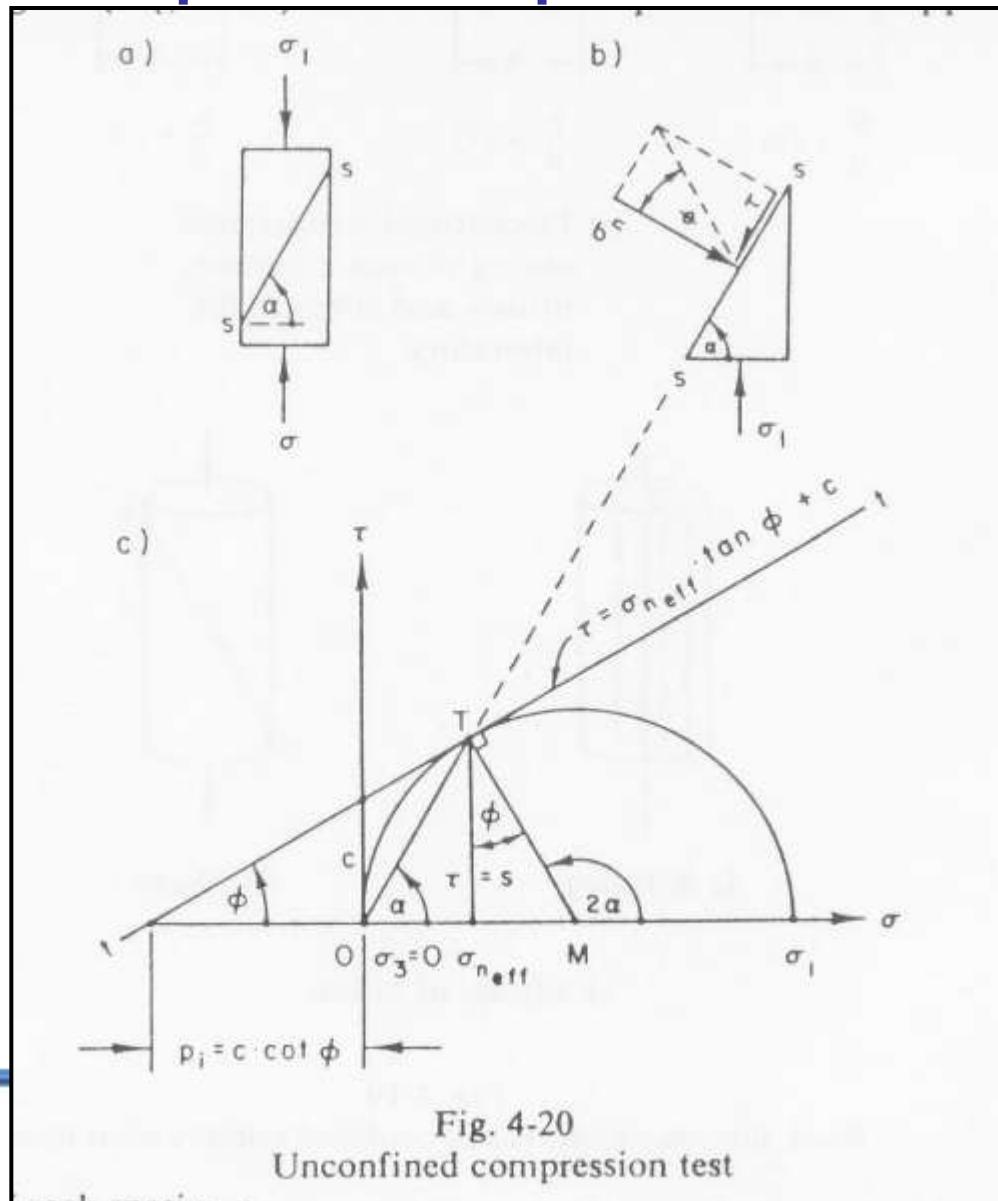
En cuanto a la transición de roca frágil a dúctil, Mogi [32] indica que con el incremento de la presión confinante se eleva el tránsito a roca dúctil. La figura muestra según el mencionado autor el comportamiento de la roca frágil; a dúctil en un ensayo convencional de compresión triaxial, observándose una línea frontera en la cual $(\sigma_1 - \sigma_3) = 4\sigma_3$



GRÁFICAS:

- Ensayo de compresión simple
- Ensayo de corte
- Ensayo triaxial

Compresión simple:

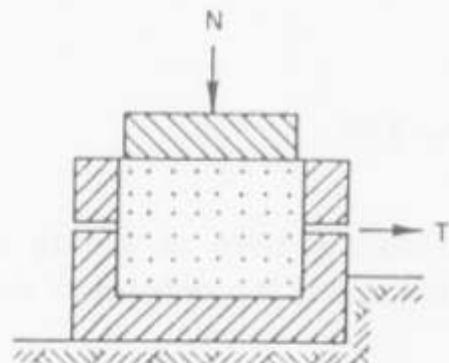


Ensayo de corte:

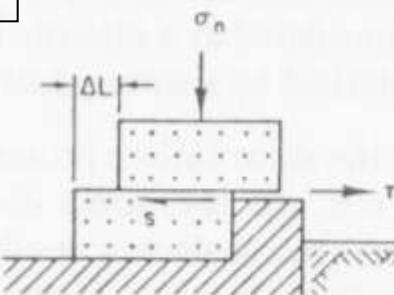
Se aplican en dicho ensayo una componente normal (σ) mediante un peso vertical y una componente tangencial (τ) mediante una fuerza horizontal que actúa sólo sobre una de las mitades de la probeta.

Se define entonces la resistencia a la cizalla del material en función de la componente normal que actúa en el plano de rotura predeterminado.

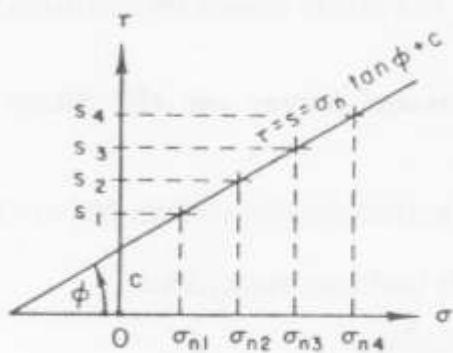
Geotecnia: Tema 2 Criterios de rotura



a) Rock specimen in a shear box



b) Longitudinal shear displacement ΔL



c) COULOMB's shear strength line

Ensayos triaxiales:

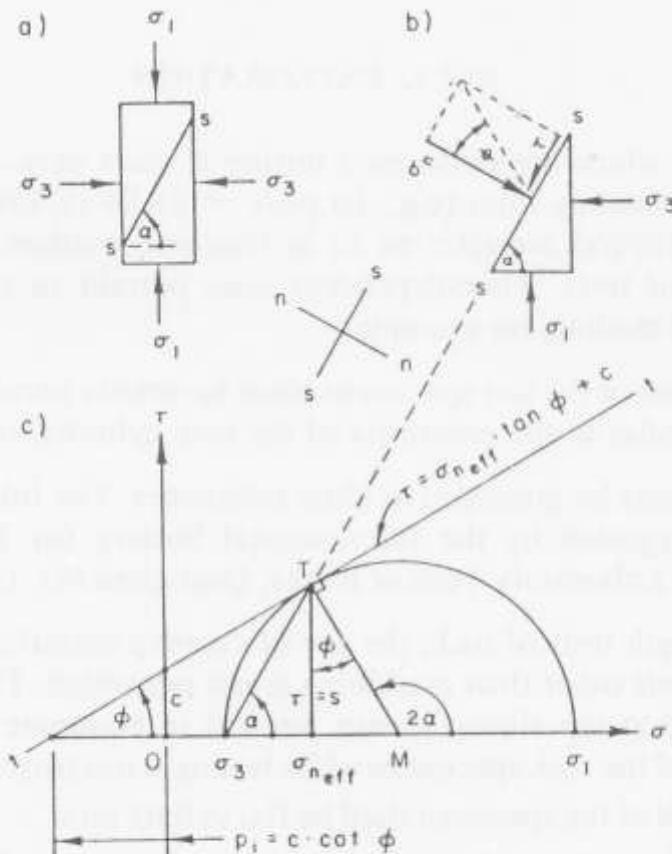


Fig. 4-21
Triaxial compression test

- a) Failure of rock specimen in triaxial loading
- b) Free-body diagram of rock element
- c) MOHR's stress diagram and COULOMB's shear strength envelope ($\tau - \sigma$)

CRITERIOS MÁS CONOCIDOS:

Isótropos: Morh- Coulomb.

Anisótropos: Plano único de Coulomb.

Macisos Rocosos: Hoek y Brown,
Barton y Choubey, Bieniawski

CRITERIO DE ROTURA DE COULOMB (1773):

Establece que el valor del esfuerzo tangencial (τ) que debe alcanzarse en un plano para que se produzca la rotura es:

$$\tau = C + \sigma \cdot \tan \phi$$

C = Cohesión.

$\tan \phi$ = coeficiente de rozamiento interno.

(pendiente de la recta)

ϕ = ángulo de fricción interna.

Rectas de resistencia
intrínseca del suelo.
(tomado de Bañon, L)

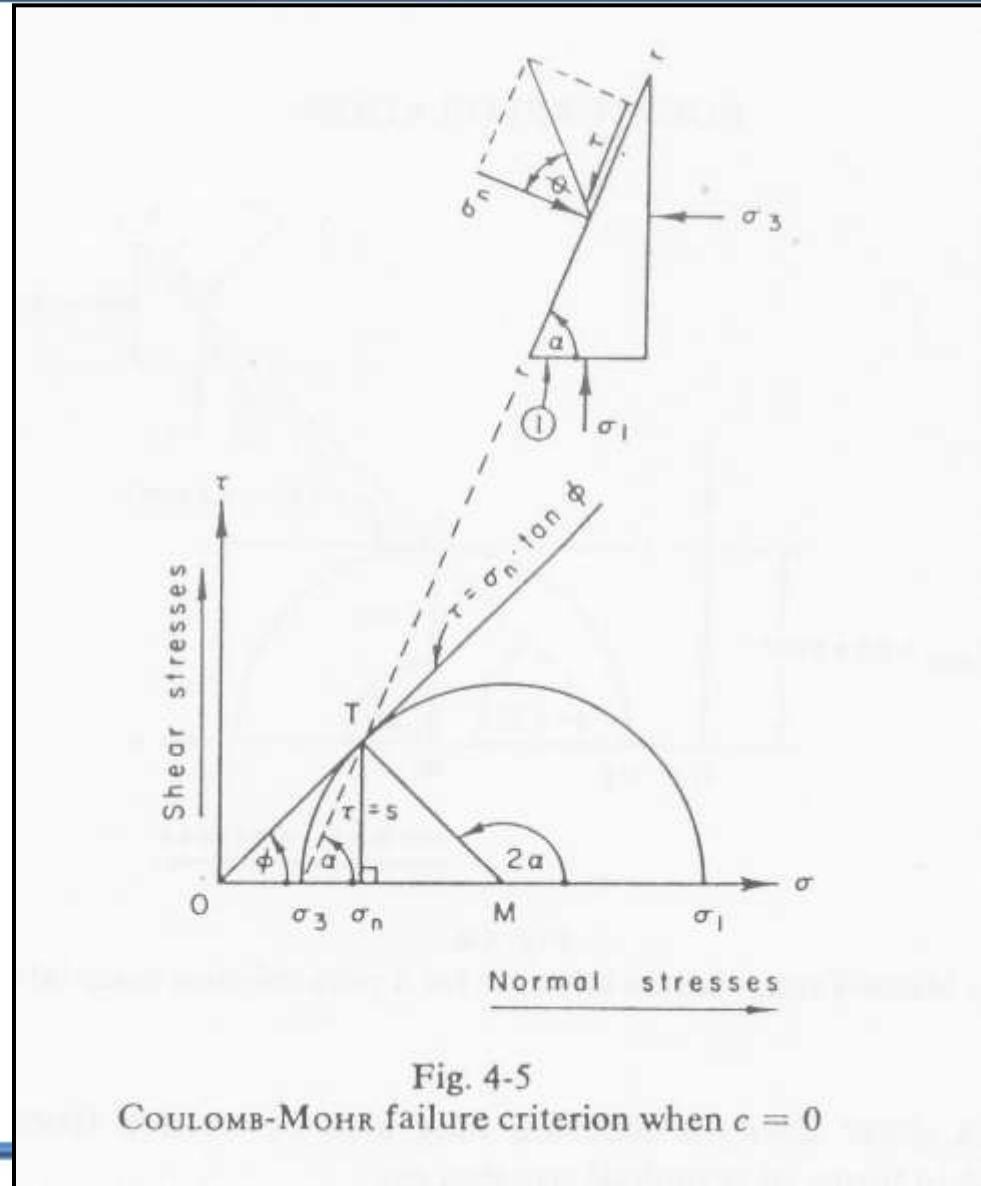
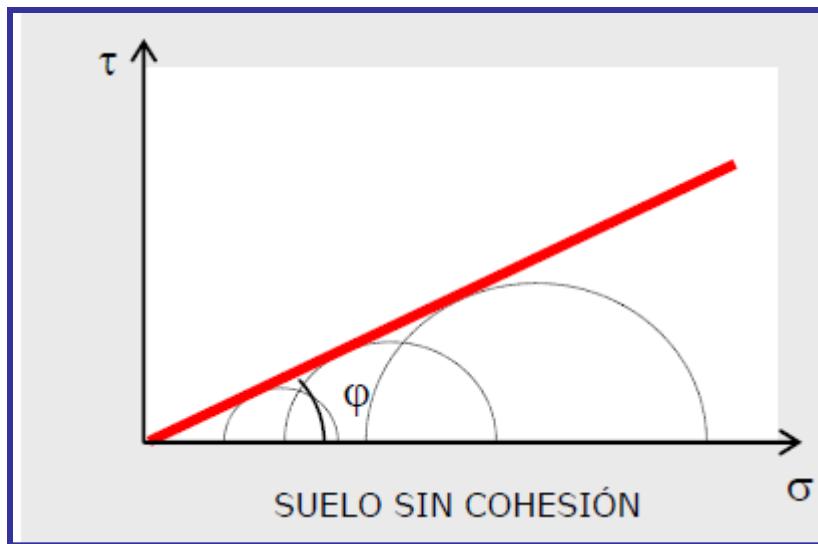


Fig. 4-5
COULOMB-MOHR failure criterion when $c = 0$

Geotecnia: Tema 2 Criterios de rotura

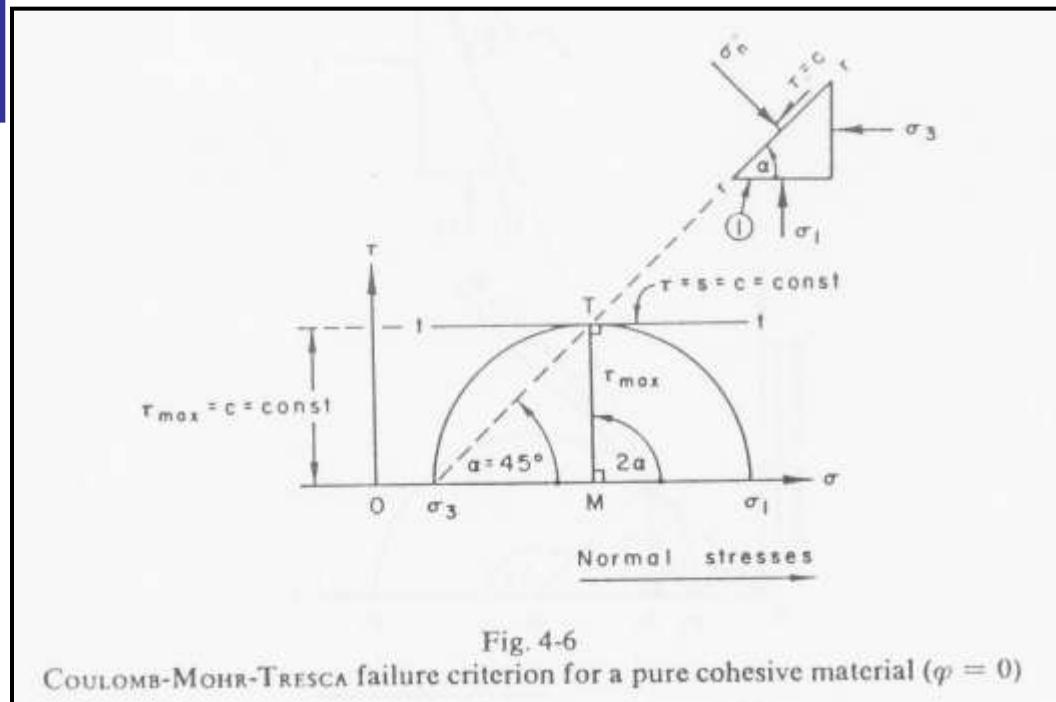
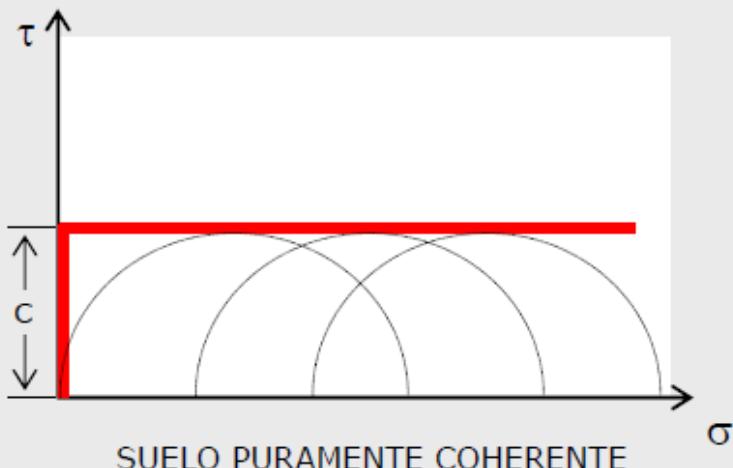


Fig. 4-6
COULOMB-MOHR-TRESCA failure criterion for a pure cohesive material ($\varphi = 0$)

Geotecnia: Tema 2 Criterios de rotura

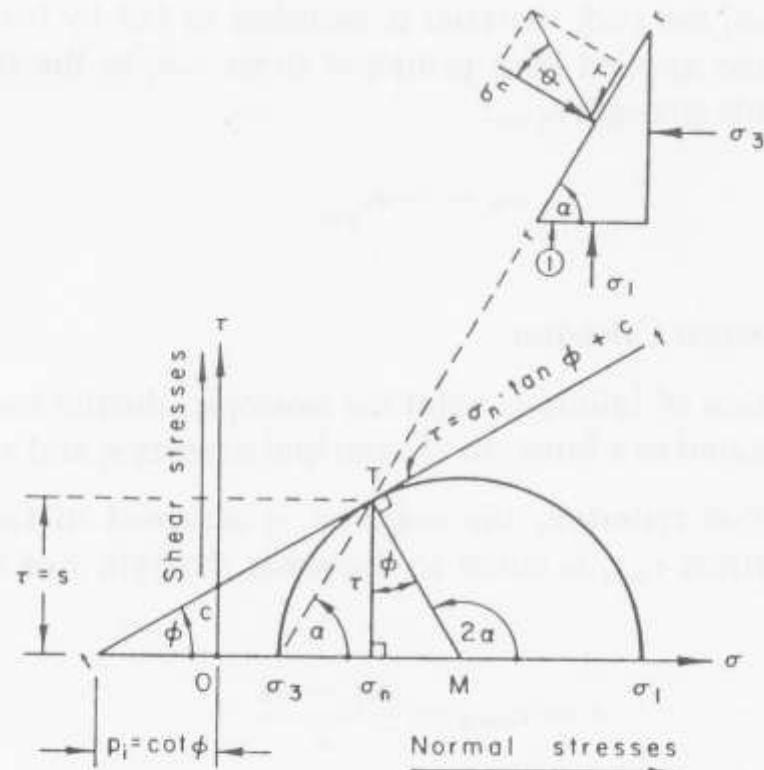
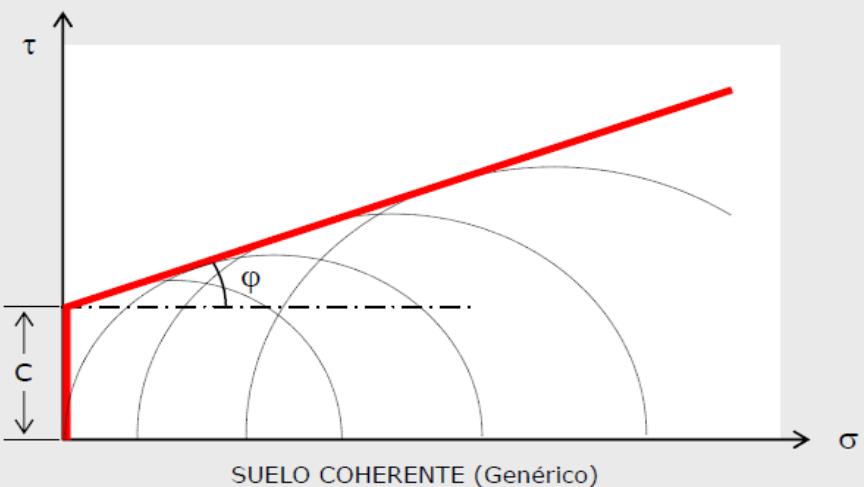
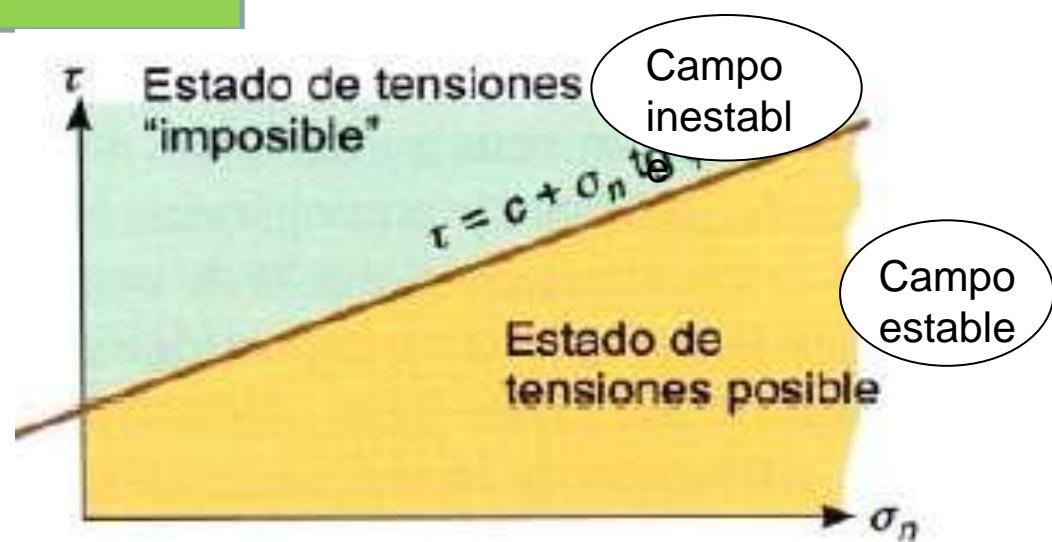
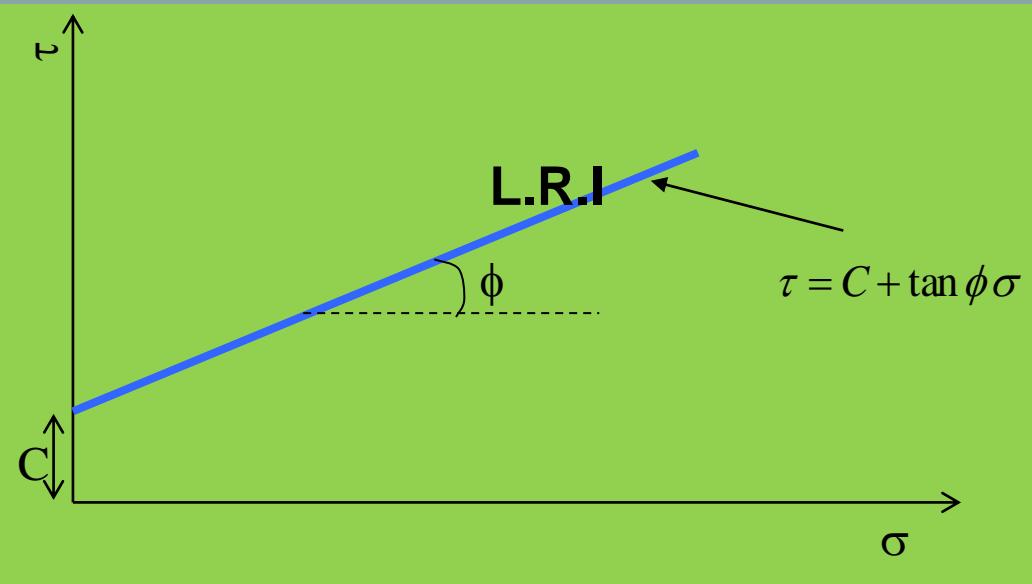
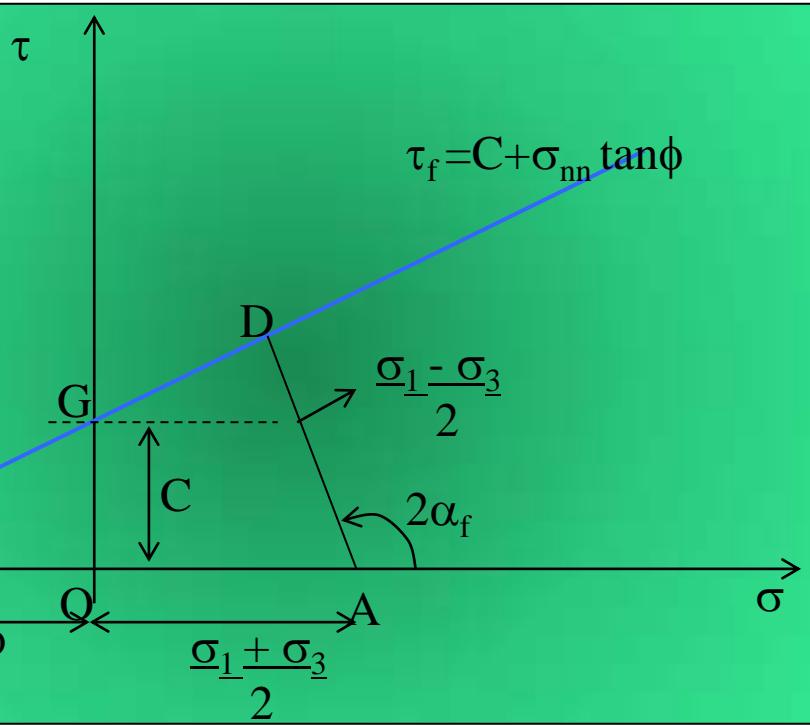
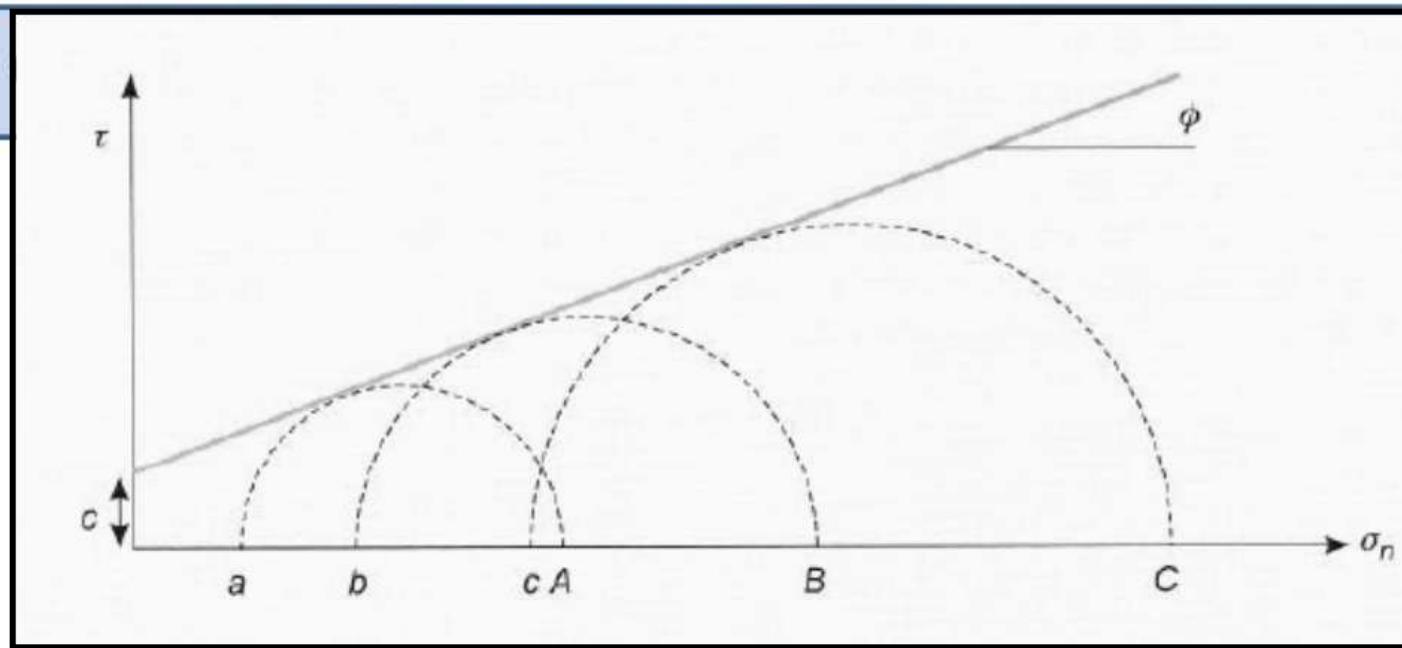


Fig. 4-4
COULOMB-MOHR failure criterion (general case)
 $r - r$: rupture or failure plane
 $t - t$: COULOMB's shear strength line, tangent to circle
 $\sigma_1 - \sigma_3$: diameter of MOHR's stress circle
 $\tau = s$: shear strength

Geotecnia: Tema 2 Criterios de rotura





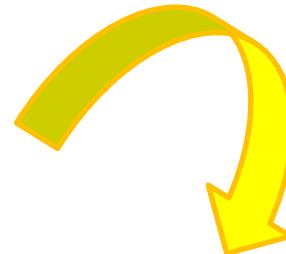
DEMOSTRACIÓN 4

Profesora Norly Belandria
 Investigación en Geología Aplicada (GIGA)
 Facultad de Ingeniería, Escuela de Geología
 Departamento Geomecánica

Geotecnia: Tema 2 Criterios de rotura

$$\sigma_1 = a + b\sigma_3$$

$$\sigma_1 = \sigma_3 \underbrace{\left(\frac{1 + \operatorname{sen}\phi}{1 - \operatorname{sen}\phi} \right)}_{N_\phi} + 2C \underbrace{\left(\frac{1 + \operatorname{sen}\phi}{1 - \operatorname{sen}\phi} \right)^{1/2}}_{(N_\phi)^{1/2}}$$



$$\sigma_1 = \sigma_3 N_\phi + 2C(N_\phi)^{1/2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} N_\phi = \left(\frac{1 + \operatorname{sen}\phi}{1 - \operatorname{sen}\phi} \right) = \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\phi}{2} \right) = \tan^2 \alpha \\ (N_\phi)^{1/2} = \left(\frac{1 + \operatorname{sen}\phi}{1 - \operatorname{sen}\phi} \right)^{1/2} = \tan \left(45^\circ + \frac{\phi}{2} \right) = \left(\frac{\cos \phi}{1 - \operatorname{sen}\phi} \right) = \tan \alpha \end{array} \right.$$

$$\sigma_1 = 2C \tan \alpha + \sigma_3 \tan^2 \alpha$$

$$\sigma_1 = \sigma_3 \tan^2(45^\circ + \phi/2) + \sigma_c$$

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_c}\right) - \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_c}\right) \tan^2\left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right) = 1$$

Condiciones de borde:

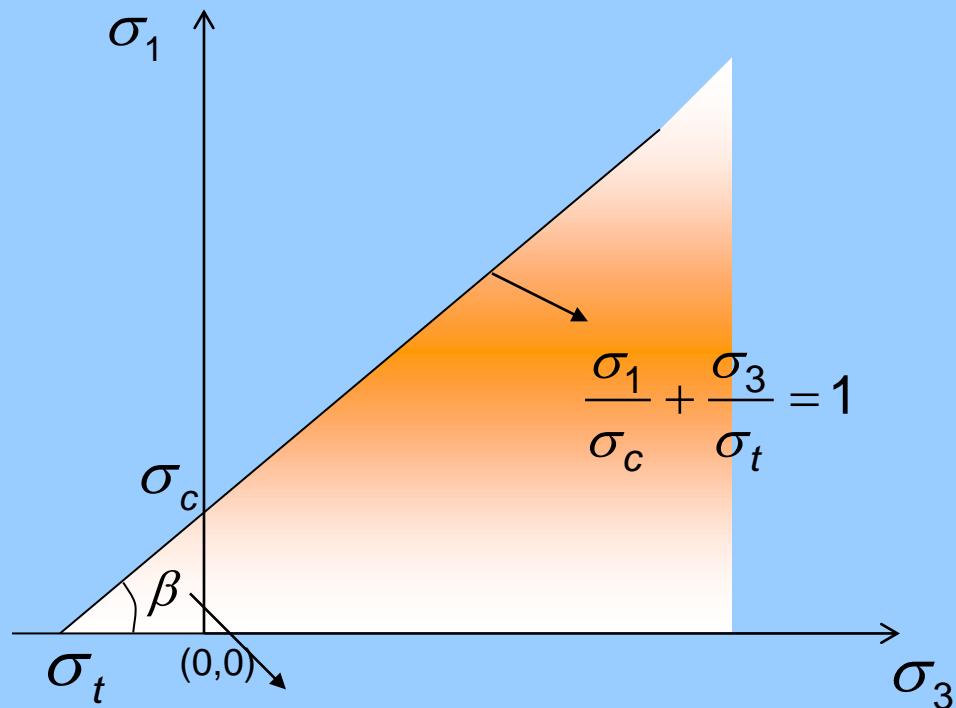
$\sigma_1 = \sigma_c$ (resistencia a la compresión simple) $\sigma_3 = 0$

$\sigma_3 = \sigma_t$ (resistencia a la tracción) $\sigma_1 = 0$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_c} + \frac{\sigma_3}{\sigma_t} = 1$$

DEMOSTRACIÓN 5

Geotecnia: Tema 2 Criterios de rotura



$$\tan \beta = \frac{(1 + \sin \phi)}{(1 - \sin \phi)} = \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\phi}{2} \right) = \frac{\sigma_c}{|\sigma_t|}$$

CRITERIO DE HOEK Y BROWN, Original (1980)

En 1980 Hoek y Brown propuso una relación entre el máximo y el mínimo esfuerzo principal, para evaluar la resistencia de la matriz rocosa, donde la representación gráfica de la rotura es una curva parabólica.

Es un criterio empírico no lineal, en condiciones de esfuerzo triaxiales el cual puede ser particularizado por la condición de compresión simple (sin confinar) y de tracción.

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{m\sigma_3\sigma_c + s\sigma_c^2} \xrightarrow{\text{adimensional}}$$

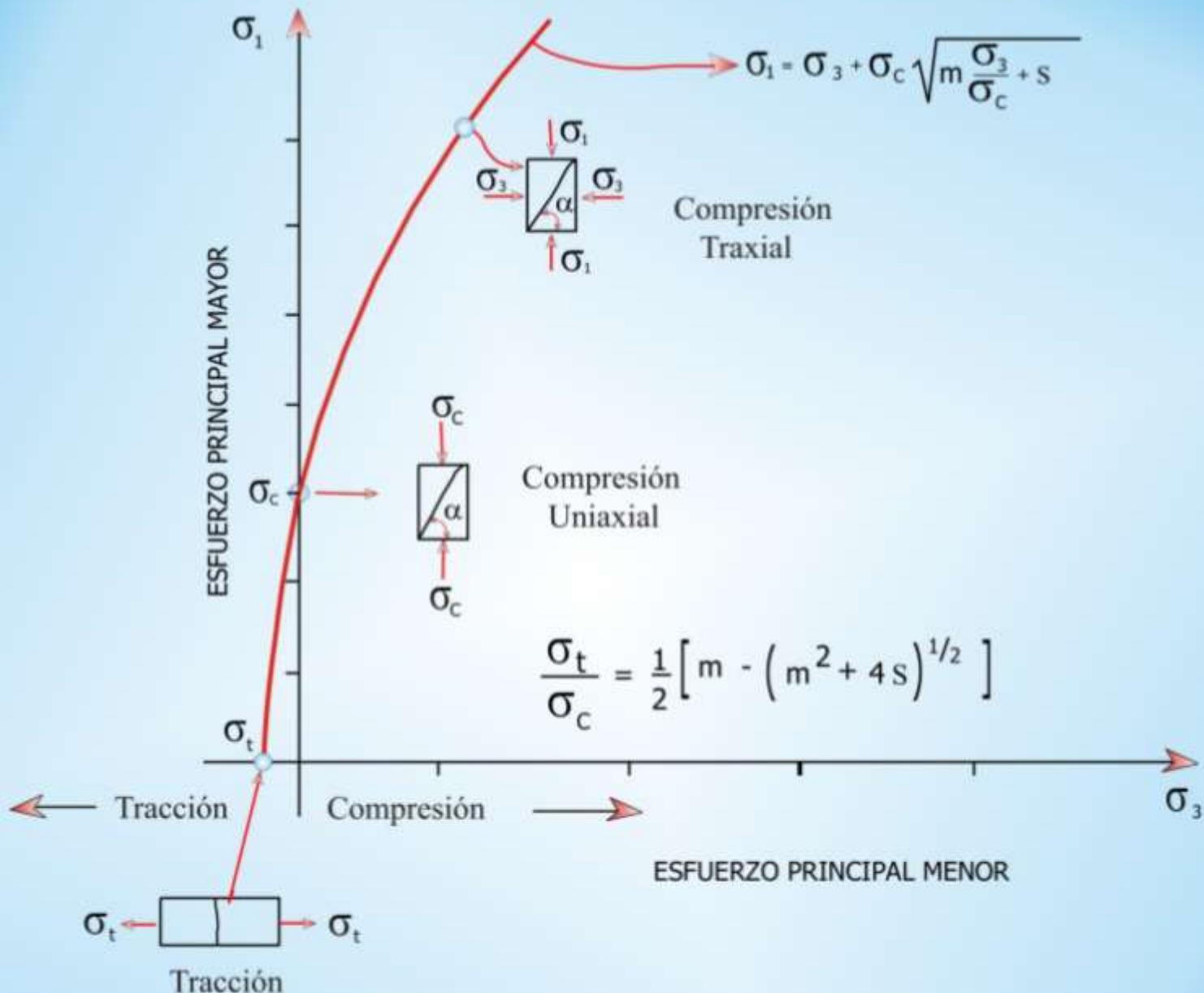
$$\frac{\sigma_1}{\sigma_c} = \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + \sqrt{m \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s}$$

σ_1 = esfuerzo principal mayor en la falla.

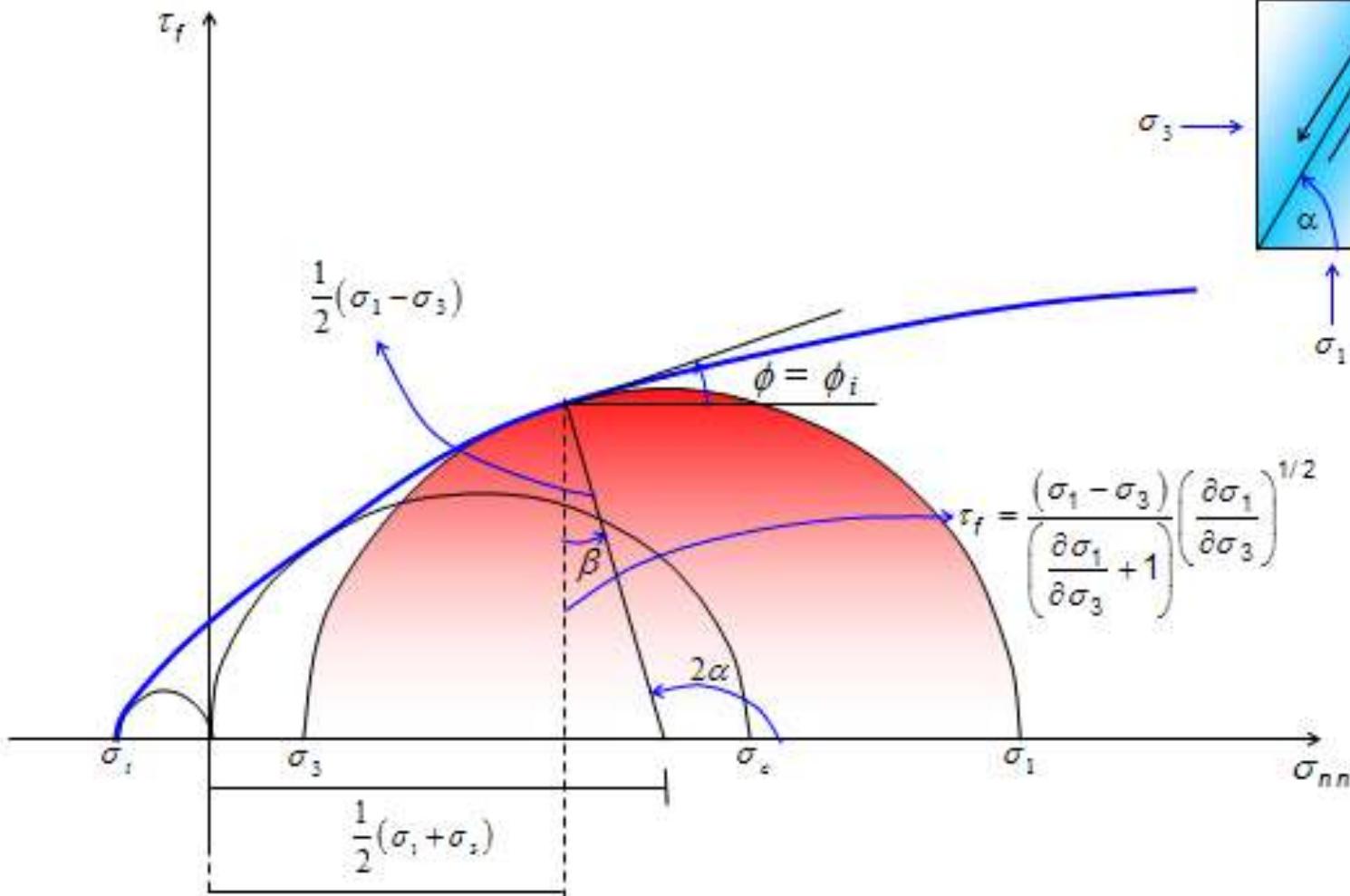
σ_3 = esfuerzo principal menor en la falla.

σ_c = resistencia a la compresión simple de la roca “intacta”.

m, s = constantes que dependen de las propiedades de la roca.



Relación entre los esfuerzos principales de acuerdo al criterio original de falla de Hoek y Brown (1980)



$$\tau_f = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{\left(\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} + 1\right)} \left(\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3}\right)^{1/2}$$

$$\sigma_{nn} = \sigma_3 + \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)}{\left(\frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} + 1\right)}$$

Para una roca intacta, al tomar en cuenta que no existe confinamiento lateral $\sigma_3=0$, y que además $s=1$, resultando por lo tanto a través de

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_c} = s^{1/2} = 1 \quad \longrightarrow \quad \sigma_1 = \sigma_c$$

NOTA:

Cuando el macizo presenta planos de fracturas, $s<1$. Por lo tanto, en estas condiciones la resistencia a la compresión de la masa rocosa σ_{cm} es una fracción de σ_c

Si $\sigma_3 = \sigma_t \therefore \sigma_1 = 0$

$$\left(\frac{\sigma_t}{\sigma_c}\right)^2 = m \frac{\sigma_t}{\sigma_c} + 1 \quad \longrightarrow$$

$$m = \frac{\left(\frac{\sigma_t}{\sigma_c}\right)^2 - 1}{\frac{\sigma_t}{\sigma_c}}$$

Teniendo en cuenta que en la mayoría de los casos,

$$\sigma_t \leq \frac{1}{10} \sigma_c \quad \therefore \quad \left(\frac{\sigma_t}{\sigma_c}\right)^2 - 1 \approx -1$$

$$m \approx -\left(\frac{\sigma_c}{\sigma_t}\right) \Rightarrow m \approx \left|\frac{\sigma_c}{\sigma_t}\right|$$

Los valores de m y s en función de RMR, pueden obtenerse de acuerdo a Hoek y Brown (1988) mediante la siguiente expresión cuando la roca ha sido correctamente excavada mediante equipo mecánico o voladura controlada (sin ser perturbada), y cuando ha sido perturbada.

$$m = m_i \exp \left[\frac{RMR - 100}{14I_m} \right] \quad \therefore \quad I_m \begin{cases} 1 & \Rightarrow \text{roca perturbada.} \\ 2 & \Rightarrow \text{roca no perturbada.} \end{cases}$$

$$s = \exp \left[\frac{RMR - 100}{6I_s} \right] \quad \therefore \quad I_s \begin{cases} 1 & \Rightarrow \text{roca perturbada.} \\ 1,5 & \Rightarrow \text{roca no perturbada.} \end{cases}$$

Hoek y Brown(1998), han propuesto determinar m y s en función de un nuevo índice de calidad de la roca, conocido como índice de resistencia geológica GSI (Geological Strength Index), por considerar que se obtienen valores más reales. Al tomar en cuenta este nuevo índice resulta:

$$m = m_i \exp \left[\frac{GSI - 100}{28} \right]$$

$$s = \exp \left[\frac{GSI - 100}{9} \right]$$

Ucar, (1986), obtuvo la envolvente de cizalla para el criterio de Hoek y Brown:

Tension Normal $\sigma_{nn} = \frac{m}{8} \sigma_c \left[\frac{1}{2 \operatorname{sen}^2 \phi_i} + \operatorname{sen} \phi_i \right] - \sigma_c \left[\frac{3m}{16} + \frac{s}{m} \right]$

Resistencia al corte $\tau_f = \frac{m}{8} \sigma_c \left[\frac{1 - \operatorname{sen} \phi_i}{\operatorname{tan} \phi_i} \right]$

Kumar (1998), deriva la envolvente de rotura del criterio de Hoek-Brown para valores de $a \neq 1/2$, utilizando el procedimiento general de la derivación de la envolvente desarrollado por Ucar (1986). Dicho investigador determinó la envolvente de una familia de líneas planas, utilizando la ecuación del criterio generalizado de Hoek y Brown que a continuación se indica:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_c} = \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + \left(m \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^a$$

$$\left\{ \begin{array}{ll} a = \left[0,65 - \left(\frac{GSI}{200} \right) \right] & \text{si } GSI \leq 30 \\ GSI \geq 30 & a = 1/2 \end{array} \right.$$

Envolvente de rotura obtenida por Kumar:

$$\frac{\tau_f}{\sigma_c} = \left(\frac{ma}{2} \right)^{\left(\frac{a}{1-a} \right)} \left(\frac{1 - \sin\phi_i}{\sin\phi_i} \right)^{\left(\frac{a}{1-a} \right)} \left(\frac{\cos\phi_i}{2} \right)$$

$$\frac{\sigma_{nn}}{\sigma_c} = \frac{1}{m} \left(\frac{ma}{2} \right)^{\left(\frac{1}{1-a} \right)} \left(\frac{1 - \sin\phi_i}{\sin\phi_i} \right)^{\left(\frac{1}{1-a} \right)} \left(1 + \frac{\sin\phi_i}{a} \right) - \frac{s}{m}$$

Finalmente, Hoek, Carranza – Torres y Corkum (2002), recomiendan utilizar las siguientes ecuaciones, teniendo en cuenta el índice GSI, el factor D que depende del grado de perturbación de la roca durante el proceso de excavación.

$$m = m_i \exp\left(\frac{GSI - 100}{28 - 14D}\right)$$

$$s = \exp\left(\frac{GSI - 100}{9 - 3D}\right)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left(e^{-GSI/15} - e^{-20/3} \right)$$

CRITERIO DE HOEK Y BROWN, generalizado (2002)

$$\sigma'_1 = \sigma'_3 + \sigma_{ci} \left(m_b \frac{\sigma'_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^a$$

$$m_b = m_i \exp \left(\frac{GSI - 100}{28 - 14D} \right)$$

$$s = \exp \left(\frac{GSI - 100}{9 - 3D} \right)$$

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \left(e^{-GSI/15} - e^{-20/3} \right)$$

m_i = para roca intacta.

m_b = para roca fracturada.

GSI = Geological Strength Index.

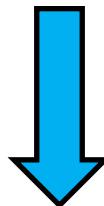
D = Factor que depende del grado de alteración a que el macizo ha sido sometido debido a explosiones y relajación de tensiones.

Un nuevo procedimiento para determinar los parámetros equivalentes C y ϕ a través del criterio de rotura Hoek y Brown.

Aplicando el valor medio de una función y las ecuaciones desarrolladas por Kumar, se ha desarrollado un nuevo procedimiento de cálculo para determinar los valores de la resistencia cohesiva y el ángulo de fricción interna equivalentes mediante la linealización del criterio de rotura de Hoek y Brown con la finalidad de obtener una envolvente del tipo Mohr-Coulomb.

Geotecnia: Tema 2 Criterios de rotura

$$\frac{\partial \bar{\sigma}_1}{\partial \sigma_3} = \frac{\partial \sigma_1}{\partial \sigma_3} = \sigma_1' = \left[1 + am \left(m \bar{\sigma}_3 + s \right)^{(a-1)} \right] = \tan^2 \alpha = \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\beta}{2} \right)$$



Al resolver la integral se tiene

$$\mu_m = \overbrace{\left(\tan \beta \right)_m}^{\mu} = \left(\frac{1}{2(b-a)} \right) \left\{ \left(m \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right) + \frac{m}{2} \left(m \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^{1/2} \right.$$

$$\left. - \left(\frac{m}{4} \right) \left[\ln \left(2 \sqrt{\left(m \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right) + \frac{m}{2} \left(m \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^{1/2}} + 2 \left(m \frac{\sigma_3}{\sigma_c} + s \right)^{1/2} + \frac{m}{2} \right) \right] \right\}_a^b$$

Al considerar el caso particular que:

$$a = (\sigma_3 / \sigma_c) = 0$$

$$b = (\sigma_3 / \sigma_c) = 1/4.$$

$$\mu_m = \overbrace{(\tan \beta)}^{\mu}_m = 2(\mu_1 - \mu_2)$$

$$\mu_1 = \left\{ \sqrt{\left(\frac{m}{4} + s\right) + \frac{m}{2} \left(\frac{m}{4} + s\right)^{1/2}} - \left(\frac{m}{4}\right) \left[\ln\left(2\sqrt{\left(\frac{m}{4} + s\right) + \frac{m}{2} \left(\frac{m}{4} + s\right)^{1/2}} + 2\left(\frac{m}{4} + s\right)^{1/2} + \frac{m}{2}\right) \right] \right\}$$

$$\mu_2 = \left\{ \sqrt{s + \frac{m}{2} (s)^{1/2}} - \left(\frac{m}{4}\right) \left[\ln\left(2\sqrt{s + \frac{m}{2} (s)^{1/2}} + 2(s)^{1/2} + \frac{m}{2}\right) \right] \right\}$$

Al aplicar las ecuaciones de Kumar el valor de la cohesión se obtiene a través de las siguientes ecuaciones:

$$C = \left(\frac{\tau_\alpha}{\sigma_c} \right) - \left(\frac{\sigma_n}{\sigma_c} \right) \cdot (\tan \beta)_m$$

$$\left(\frac{\tau_\alpha}{\sigma_c} \right) = \left(\frac{m a}{2} \right)^{\left(\frac{a}{1-a} \right)} \left[\left(\sqrt{1 + \frac{1}{(\tan^2 \beta)_m}} - 1 \right)^{\left(\frac{a}{1-a} \right)} \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{1 + (\tan^2 \beta)_m}} \right) \right]$$

$$\left(\frac{\sigma_n}{\sigma_c} \right) = \frac{1}{m} \left(\frac{m a}{2} \right)^{\left(\frac{1}{1-a} \right)} \cdot \left[\left(\sqrt{1 + \frac{1}{(\tan^2 \beta)_m}} - 1 \right)^{\left(\frac{1}{1-a} \right)} \cdot \left(1 + \frac{(\tan \beta)_m}{a \cdot \sqrt{1 + (\tan^2 \beta)_m}} \right) - \left(\frac{s}{m} \right) \right]$$

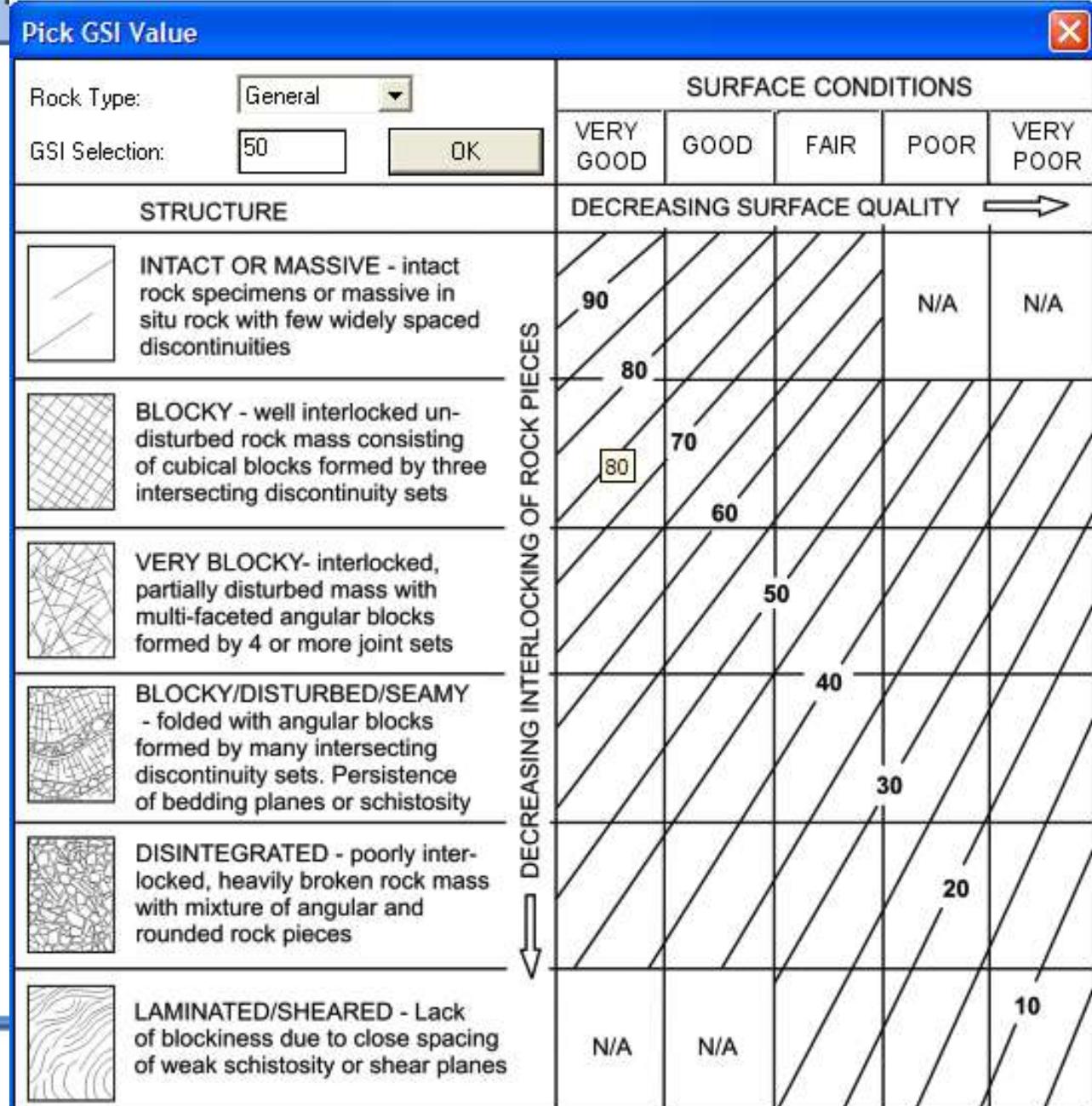
RocLab de Rocscience

TIPO DE ROCA	ROCAS CARBONATADAS BIEN CRISTALIZADAS (Dolomía, Caliza y Mármol)		ROCAS ARCILLOSAS LITIFICADAS		ROCAS ARENOSAS Bien cementadas (Areniscas y Cuarcitas)		ROCAS ÍGNEAS DE GRANO FINO (Andesita, Basalto Diabasa y Riolita)		ROCAS METAMÓRFICAS E ÍGNEAS DE GRANO GRUESO (Gneis, granito, Gabro, Diorita)		
	CALIDAD DEL MACIZO ROCOSO	m	s	m	s	m	s	m	s	m	s
ROCA INTACTA (RMR = 100)	7,00	1,00	10,00	1,00	15,00	1,00	17,00	1,00	25,00	1,00	
ROCA MUY BUENA (RMR = 85)	3,50	0,10	5,00	0,10	7,50	0,10	8,50	0,10	12,50	0,10	
ROCA BUENA (RMR = 65)	0,70	0,004	1,00	0,004	1,50	0,004	1,70	0,004	2,50	0,004	
ROCA NORMAL (RMR = 44)	0,14	0,0001	0,20	0,0001	0,30	0,0001	0,34	0,0001	0,50	0,0001	
ROCA MALA (RMR = 23)	0,04	0,00001	0,05	0,00001	0,08	0,00001	0,09	0,00001	0,13	0,00001	
ROCA MUY MALA (RMR = 3)	0,007	0	0,01	0	0,015	0	0,017	0	0,025	0	

Criterio de rotura empírico		Constantes del material: m y s	Rocas carbonatadas; dolomías, calizas y mármol	Rocas arcillosas; argilitas, limolitas, lutitas y pizarras	Rocas areniscosas; areniscas y cuarcitas	Rocas ígneas cristalinas andesitas, doleritas, diabásicas y riolitas.	Rocas cristalinas ígneas de grano grueso y metamórficas; granitos, gneises, etc.						
σ_1	σ_3												
$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_c \sqrt{m \frac{\sigma_1}{\sigma_c} + s}$													
σ_1 y σ_3 : esfuerzos principales mayor y menor m y s : constantes empíricas del macizo rocoso													
Valores para el macizo rocoso alterado o perturbado por voladuras (<i>disturbed</i>)													
Valores para el macizo rocoso sin alterar (<i>undisturbed</i>)													
Muestras de roca intacta Muestras de tamaño de probeta de laboratorio sin discontinuidades. RMR = 100 Q= 500	m s	7,0 1,0	10,0 1,0	15,0 1,0	17,0 1,0	25,0 1,0							
Macizo rocoso de muy buena calidad Bloque de roca sana. Juntas sin meteorizar y con espaciado de 1 a 3 m. RMR = 85 Q=100	m s	2,40 0,082	3,43 0,082	5,14 0,082	5,82 0,082	8,56 0,082							
Macizo rocoso de calidad buena Bloques de roca sana o ligeramente meteorizada, con juntas espaciadas de 1 a 3 m. RMR = 65 Q=10	m s	4,10 0,189	5,85 0,189	8,78 0,189	9,95 0,189	14,63 0,189							
Macizo rocoso de calidad media Varias familias de discontinuidades moderadamente meteorizadas con espaciados de 0.3 a 1 m RMR ≤ 44 Q ≥ 1	m s	0,575 0,00293	0,821 0,00293	1,231 0,00293	1,395 0,00293	2,052 0,00293							
Macizo rocoso de calidad mala Numerosas juntas meteorizadas con algo de relleno. Brechas compactas sin rellenos. Espaciado de 0,03 a 0,5 m. RMR=33 Q= 0,1	m s	0,029 0,000003	0,041 0,000003	0,061 0,000003	0,069 0,000003	0,102 0,000003							
Macizo rocoso de calidad muy mala Numerosas juntas intensamente meteorizadas con rellenos. Espaciado <0,05m. Brechas con rellenos arcillosos. RMR=3 Q=0,01	m s	0,447 0,00019	0,639 0,00019	0,959 0,00019	1,087 0,00019	1,597 0,00019							

Geotecnia: Tema 2 Criterios de rotura

- **GSI:** Nuevo indice “Geological Strength Index”
- $0 \leq \text{GSI} \leq 100$
- Depende de las condiciones en la superficie y de la estructura del macizo.



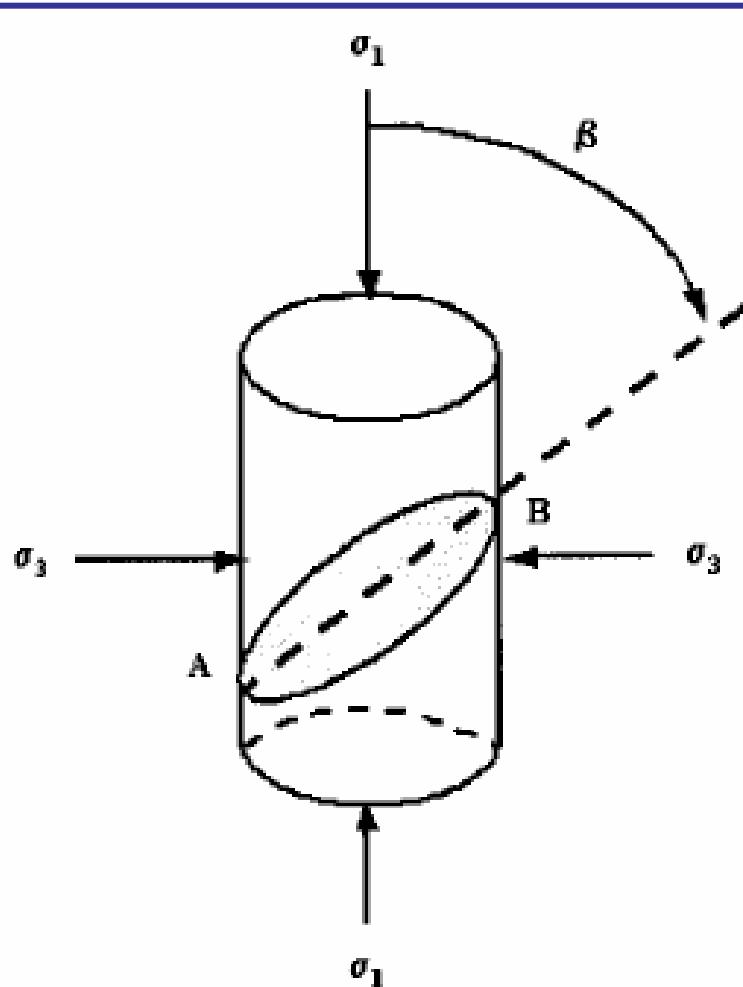
D = factor que depende del grado de alteración a que el macizo ha sido sometido debido a explosiones y relajación de tensiones.

Appearance of rock mass	Description of rock mass	Suggested value of <i>D</i>
	Excellent quality controlled blasting or excavation by Tunnel Boring Machine results in minimal disturbance to the confined rock mass surrounding a tunnel.	<i>D</i> = 0
	Mechanical or hand excavation in poor quality rock masses (no blasting) results in minimal disturbance to the surrounding rock mass. Where squeezing problems result in significant floor heave, disturbance can be severe unless a temporary invert, as shown in the photograph, is placed.	<i>D</i> = 0 <i>D</i> = 0.5 No invert
	Very poor quality blasting in a hard rock tunnel results in severe local damage, extending 2 or 3 m, in the surrounding rock mass.	<i>D</i> = 0.8
	Small scale blasting in civil engineering slopes results in modest rock mass damage, particularly if controlled blasting is used as shown on the left hand side of the photograph. However, stress relief results in some disturbance.	<i>D</i> = 0.7 Good blasting <i>D</i> = 1.0 Poor blasting
	Very large open pit mine slopes suffer significant disturbance due to heavy production blasting and also due to stress relief from overburden removal. In some softer rocks excavation can be carried out by ripping and dozing and the degree of damage to the slopes is less.	<i>D</i> = 1.0 Production blasting <i>D</i> = 0.7 Mechanical excavation

ANISOTROPIA DE LAS ROCAS:

- **Materiales anisótropos:** sus propiedades varían en función de la dirección considerada para su medida.
- **Rocas → material anisótropo:** resistencia, deformación, etc.
- **Causas:** presencia en bandas de distintos minerales, alternancias, etc. en orientaciones preferenciales. En la roca matriz, esto es a escala =<cm (rocas esquistosas, pizarras, etc)
- La mayoría de criterios de rotura anisótropos son bastante complejos, no admiten representación 3D.
- Criterio anisótropo más sencillo: único plano de debilidad.

ANISOTROPIA DE LAS ROCAS:



Criterio más sencillo para resistencia de un plano único de orientación β : Coulomb:

$$\tau_\beta = c + \sigma_\beta \tan \varphi$$

σ , τ , proyecciones del estado tensional en el plano:

$$\tau_\beta = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\beta$$

$$\sigma_\beta = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\beta$$

Criterio de Barton y Choubey:

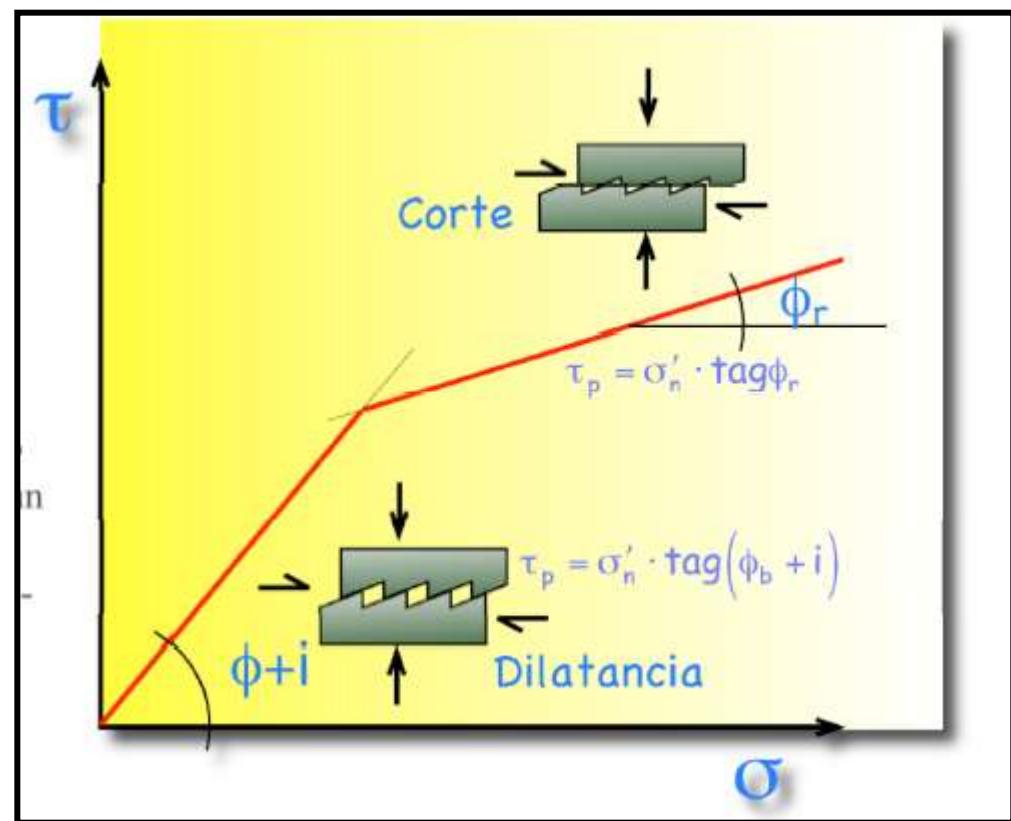
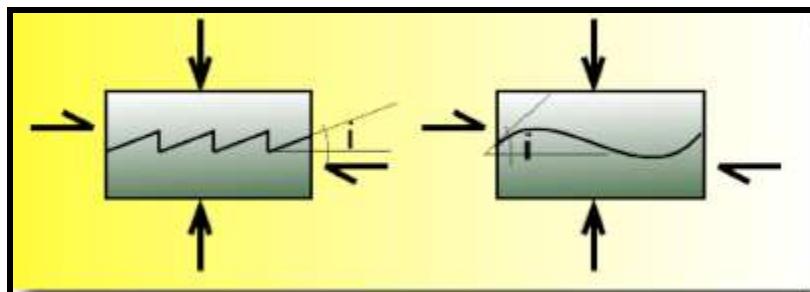
Se trata de un criterio empírico, deducido a partir del análisis del comportamiento de las discontinuidades en ensayos de laboratorio, que permite estimar la resistencia al corte en discontinuidades rugosas. La resistencia al corte de pico, τ_p , de discontinuidades rugosas sin cohesión viene dada por la expresión:

$$\tau_p = \sigma' n \tan \phi_p$$

τ_p y $\sigma' n$ = son la resistencia al corte y el esfuerzo normal efectivo sobre el plano de discontinuidad.

$$\phi_p = (\phi_b + i) \quad \left\{ \begin{array}{l} \phi_b = \text{ángulo de rozamiento interno de la discontinuidad.} \\ i = \text{ángulo de rugosidad.} \end{array} \right.$$

Influencia del ángulo de rugosidad en la resistencia al corte de las discontinuidades.



$$i = JRC \cdot \log_{10} \left(\frac{JCS}{\sigma'_n} \right) \longrightarrow \phi_p = JRC \cdot \log_{10} \left(\frac{JCS}{\sigma'_n} \right) + \phi_r$$

$$\tau_p = \sigma'_n \tan \left(JRC \cdot \log_{10} \left(\frac{JCS}{\sigma'_n} \right) + \phi_r \right)$$

JCS, resistencia a la compresión simple de la pared de la discontinuidad, MPa.

Si la pared está alterada, como ocurre en muchos casos, el valor de JCS puede tomarse a través de los resultados del esclerómetro o martillo Schmidt empleando la ecuación:

$$\log_{10} JCS = 0,00088 \cdot \gamma_{roca} \cdot r + 1,01$$

Siendo el peso unitario γ en kN/m^3 , y JCS en MN/m^2 .

r , Valor del rebote en el esclerómetro sobre la pared de la discontinuidad.

JRC, coeficiente de rugosidad de la discontinuidad, $0 \leq \text{JRC} \leq 20$.

$\text{JRC} = 0$ (superficie perfectamente suave)

$\text{JRC} = 20$ (superficie muy rugosa)

ϕ_r , ángulo de rozamiento interno residual de la discontinuidad.
Puede a su vez ser estimado mediante la expresión:

$$\phi_r = (\phi_b - 20^\circ) + 20 \left(\frac{r}{R} \right)$$

R, valor de rebote del esclerómetro sobre la matriz rocosa.

r, valor de rebote del esclerómetro sobre la pared de la discontinuidad.

ϕ_b , ángulo de fricción básico del material.

Si las paredes de la discontinuidad están sanas $\phi_r = \phi_b$

NOTA:

Los valores de R , r , JCS, Pueden ser estimados en campo, a través del martillo de Schmidt

El valor de σ'_n se calcula en función de la carga litostática sobre la discontinuidad (conociendo el peso unitario del material rocoso, y la presión de agua).

El valor de ϕ_b , puede estimarse a partir de tablas ampliamente recogidas en la bibliografía.

El valor del coeficiente de rugosidad, JRC, se estima por comparación a partir de perfiles.

Para la estimación de la resistencia friccional de una discontinuidad puede realizarse el ensayo de campo **Tilt test**

Tilt test

Ensayo de corte en discontinuidades rocosas bajo cargas normales muy bajas. Pasos:

Fragmentos de rocas delimitado por una superficie de discontinuidad común.

Los bloques se superponen uno encima del otro, quedando entre ambos la discontinuidad a estudiar.

Los bloques se colocan sobre una base de apoyo y se van inclinando hasta que comience a deslizar uno con respecto al otro.

Se mide el plano de discontinuidad con respecto a la horizontal.

$$a = \arctan (\tau / \sigma_n)$$

a = ángulo de rozamiento de discontinuidades o el ángulo de rozamiento básico de discontinuidades lisas .

$$JRC = \frac{a - \phi_r}{\log \left(\frac{JCS}{\sigma_n} \right)}$$

Barton y Choubey (1976) mencionan que en muchos problemas de Ingeniería de rocas el máximo esfuerzo efectivo normal varían en el rango de 0,1 a 2 MPa (1 a 20 kg/cm²).

El ángulo de fricción interna instantáneo puede calcularse al tener en cuenta que:

$$\phi_i = \arctan \left(\frac{\partial \tau_p}{\partial \sigma'_n} \right)$$

$$\tan \phi_i = \left(\frac{\partial \tau_p}{\partial \sigma'_n} \right) = \tan \left[\phi_b + JRC \cdot \log_{10} \left(\frac{JCS}{\sigma'_n} \right) \right] - \frac{JRC \pi \cdot \log_{10} (2,718281)}{180} \left\{ 1 + \tan^2 \left[\phi_b + JRC \cdot \log_{10} \left(\frac{JCS}{\sigma'_n} \right) \right] \right\}$$

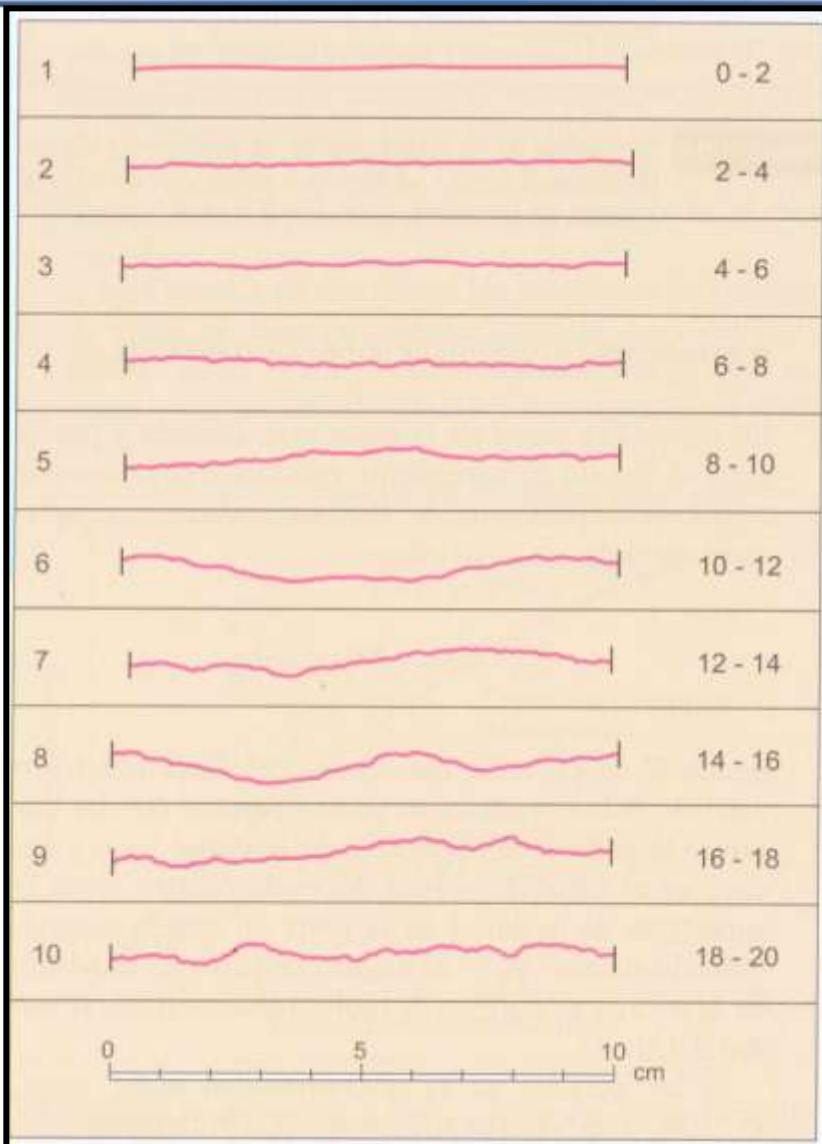
Geotecnia: Tema 2 Criterios de rotura

Valores típicos del
ángulo de fricción
básico (ϕ_b) para
roca sana. Según
González de V. et
al (2002).

Roca	Ángulo de fricción básico ϕ_b (grados)
Andesita	45
Arenisca	30 - 50
Basalto	48 – 55
Caliza	35 – 50
Caliza Margosa	30
Cuarcita	40 – 55
Diabasa	40 – 50
Diorita	50 – 55
Dolomía	25 – 35
Esquisto	25 – 30
Gabro	35
Gneis	30 – 40
Granito	45 – 58
Mármol	35 – 45
Lutita	40 – 60
Pizarra	40 – 55
Yeso	30

Geotecnia: Tema 2 Criterios de rotura

Perfil tipo para estimar el coeficiente de rugosidad JRC, criterio de Barton y Choubey. Tomado de González de V. et al (2002)



CRITERIOS EMPÍRICOS DE ROTURA

Tabla Resumen de diferentes criterios de rotura en rocas, según Edelbro:

Ecuación de Rotura	Comentarios	Autor
$(\sigma_1 - \sigma_3)^2 = a + b(\sigma_1 + \sigma_3)$	Una generalización empírica de la teoría de Griffith de roca intacta	Fairhurst(1964)
$\sigma_1 = \sigma_c + \sigma_3 + F \cdot \sigma_3^f$	Ajuste de curva mediante datos experimentales en roca intacta	Hobbs(1964)
$\sigma_1 = \sigma_c + a \cdot \sigma_3^b$	Ajuste de curva mediante datos experimentales en roca intacta	Murrel(1965)
$\frac{\tau_m - \tau_0}{\sigma_c} = D \left \frac{\sigma_m}{\sigma_c} \right ^C$	Ajuste de curva mediante datos experimentales en roca intacta	Hoek(1968)
$\sigma_1 = \sigma_c + a \cdot \sigma_3$	Ensayo triaxial en roca blanda	Bodonyi(1970)

Geotecnia: Tema 2 Criterios de rotura

Ecuación de Rotura	Comentarios	Autor
$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_c^{(1-B)} (\sigma_1 + \sigma_3)^B$	Ajuste de curva ensayando 500 testigos de rocas	Franklin(1971)
$\sigma_1 = \sigma_3 + (m \cdot \sigma_c \cdot \sigma_3 + s \cdot \sigma_c^2)^{1/2}$	Aplicación de la teoría de Griffith, y ajuste de curva en roca intacta y diaclasada-	Hoek y Brown (1980)
$\frac{\sigma_1}{\sigma_c} = a + b \cdot \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right)^\alpha$	Ajuste de curva ensayando 700 testigos de roca, tanto en intacta como diaclasada	Bieniawski(1974) Modificado por Yudhbir(1983)
$\sigma_1 = \sigma_3 + a \cdot \sigma_3 \left(\frac{\sigma_c}{\sigma_3} \right)^b$	Aplicación utilizando 80 testigos de rocas	Ramamurthy et al (1985)
$\sigma'_{1n} = \left(\frac{M}{B} \sigma'_{3n} + 1 \right)^B$	Ajuste de curva para suelos y roca	Johnston(1985)

Geotecnia: Tema 2 Criterios de rotura

Ecuación de Rotura	Comentarios	Autor
$\sigma_1 = \sigma_c \cdot \left(1 + \frac{\sigma_3}{\sigma_t}\right)^b$	Aplicación en roca intacta y fracturada	Balmer (1952), Sheorey et al (1952)
$\sigma_1 = \sigma_3 + A \cdot \sigma_c \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_c} - S \right)^B$	A, B y S parámetros de corte	Yoshida (1990)
$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_a \left(m_b \cdot \frac{\sigma_3}{\sigma_a} + s \right)^a$	Versión 2002	Hoek y Brown (1980)
$\sigma_1 = A \sigma_a + B \cdot \sigma_a \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_a} \right)^\alpha$	A , parámetro adimensional , B es una constante de la roca y el valor de $\alpha \approx 0,65$	Yudhbir et al (1973)
$\sigma_1 = \sigma_{cm} \cdot \left(1 + \frac{\sigma_3}{\sigma_{tm}}\right)^{b_m}$	Emplea RMR ₇₆	Sheorey et al (1989)
$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_3 \cdot a_m \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_3} \right)^{b_m}$	Versión 2001	Ramamurthy (1995)

Criterio de Rotura de Bieniawski:

En el año 1974, en el Journal of the South Institute of Mining and Metallurgy, el profesor Z.T. Bieniawski [1974] publica los resultados obtenidos a través de una serie de ensayos realizados en macizos rocosos, al aplicar el criterio de rotura propuesto por Murrell [1965], en la cual la relación entre los esfuerzos principales viene expresada como sigue:

$$\sigma_1 = A \sigma_3^K + \sigma_c$$

↓

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_c} \right) = A \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right)^K + 1$$

σ_1 = esfuerzo principal mayor en la falla
 σ_3 = esfuerzo principal menor en la falla
 σ_c = resistencia a la compresión simple de la roca intacta.
A, K= constantes que dependen de las propiedades y características del macizo rocoso.

Tabla , según Bieniawski [18]

$$\left| \frac{\sigma_1}{\sigma_c} \right| = 1 + A \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right)^K \quad \therefore \quad K = 0,75$$

Tipo de roca intacta	A
Norita	5,0
Cuarcita	4,5
Limolita	4,0
Lodolita	3,0
Mayoría de las rocas	3,5

De acuerdo a Ramamurthy, los valores de σ_c y A al tomar en cuenta en el macizo rocoso la presencia de los planos de discontinuidad y los diferentes niveles de meteorización, se obtienen en función de la bien conocida clasificación Geomecánica (Rock Mass Rating– RMR), desarrollada por Bieniawski [1973], mediante las ecuaciones:

$$(\sigma_c)_j = \sigma_c \exp \left[\frac{RMR - 100}{18,75} \right]$$

$$A_j = A \exp \left[\frac{RMR - 100}{75,5} \right]$$

Por otro lado, Wang Chuan-zhi et al [19], mencionan los trabajos de Richart realizados en ensayos triaxiales en concreto, quien obtuvo inicialmente la relación:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_c} = 1 + 4,10 \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_c} \right)$$

Es decir, $A = 4,10$ y $K=1$. Esta ecuación lineal corresponde al criterio de rotura de Mohr – Coulomb:

$$A = \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) = 4,10 \Rightarrow \varphi = 37,43^\circ$$