

## APLICACIONES DE LA PROYECCIÓN ESTEREOGRÁFICA A LA GEOFÍSICA

4º curso de Licenciado en Geología, Universidad de Salamanca

### INTRODUCCIÓN

La proyección estereográfica es una proyección **azimutal**. Eso significa que cualquier punto de la superficie de una esfera se proyecta sobre un plano desde un punto fijo (Fig. 1). Para la estereográfica, el punto de proyección está en la propia superficie esférica, y si consideramos ese punto como un polo, el plano de proyección es el ecuador (Fig. 2). A veces, la proyección se efectúa sobre un plano paralelo que pasa por el polo opuesto al de proyección. Se llama entonces proyección tangente, pero es exactamente igual que sobre el plano ecuatorial, salvo por el tamaño,

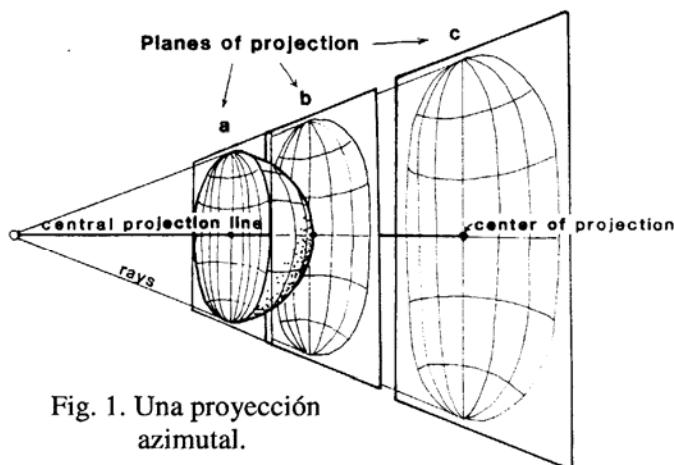


Fig. 1. Una proyección azimutal.

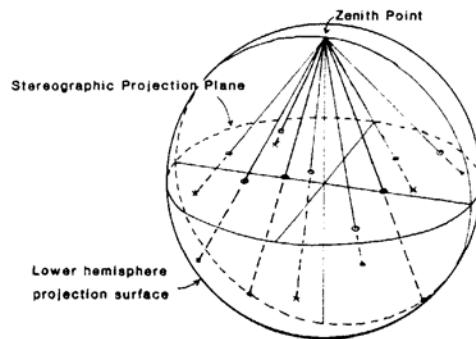
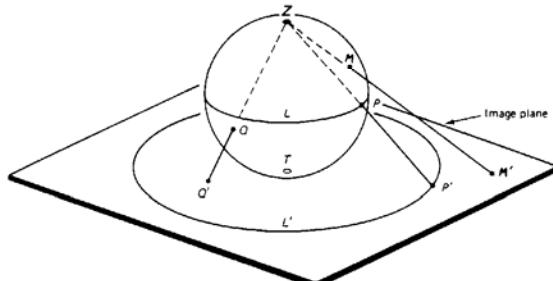


Fig. 2. Proyección estereográfica.

Fig. 3. Proyección estereográfica tangente.



lo que carece de importancia para representar orientaciones de planos y líneas (Fig. 3).

La intersección del plano ecuatorial de proyección con la esfera es una circunferencia llamada **primitiva**. Todos los puntos del ecuador se proyectan en ella (punto P en Fig. 3). Los puntos que caen en el hemisferio opuesto al punto de proyección, se proyectan dentro de la primitiva (punto Q), y los que caen en el mismo hemisferio se proyectan fuera de la primitiva (punto M), desde ella hasta el infinito.

Para proyectar planos y líneas, se emplea una **falsilla**. La más usada es la llamada **meridional**, con un eje vertical que pasa por los polos N y S (Fig. 4). Para construirla se proyectan unas líneas curvas que se denominan **círculos mayores** y **menores**. Los **círculos mayores** son proyecciones de planos inclinados, con intervalos de  $2^\circ$  y  $10^\circ$ , y que se intersectan donde el eje N-S corta a la primitiva. Los **círculos menores** representan la intersección con la esfera de una serie de conos con distintos ángulos apicales, todos con el eje horizontal y N-S. También se emplean intervalos de  $2^\circ$  y  $10^\circ$ . En sentido amplio, podemos llamar meridianos a los círculos mayores y paralelos a los menores.

Además de la meridional, para algunas tareas se emplea la **proyección polar**, en la que aparece un sólo polo en el centro (Fig. 5), y más raramente, la **proyección inclinada**, con un sólo polo que no ocupa una posición central (Fig. 6).

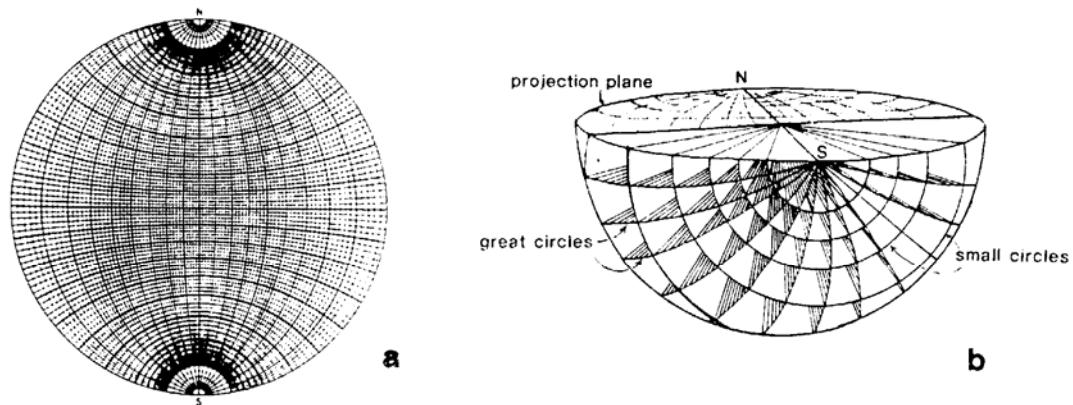


Fig. 4. Falsilla estereográfica meridional, o de Wulff (a) y cómo se construye (b).

Fig. 5. Falsillas estereográfica y equiárea, en sus versiones polar y meridional (también llamada ecuatorial). Los objetos sombreados representan círculos de igual área en la esfera. Al proyectarlos, su área cambia en la falsilla estereográfica, según su posición. En la falsilla equiárea, el área se mantiene, pero la forma circular generalmente no.

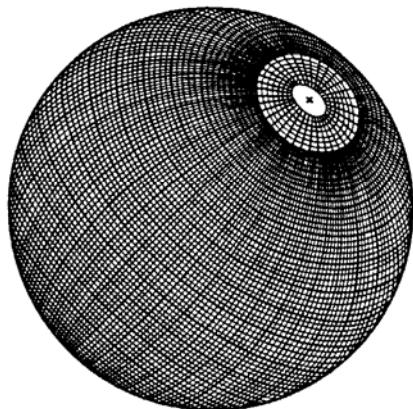
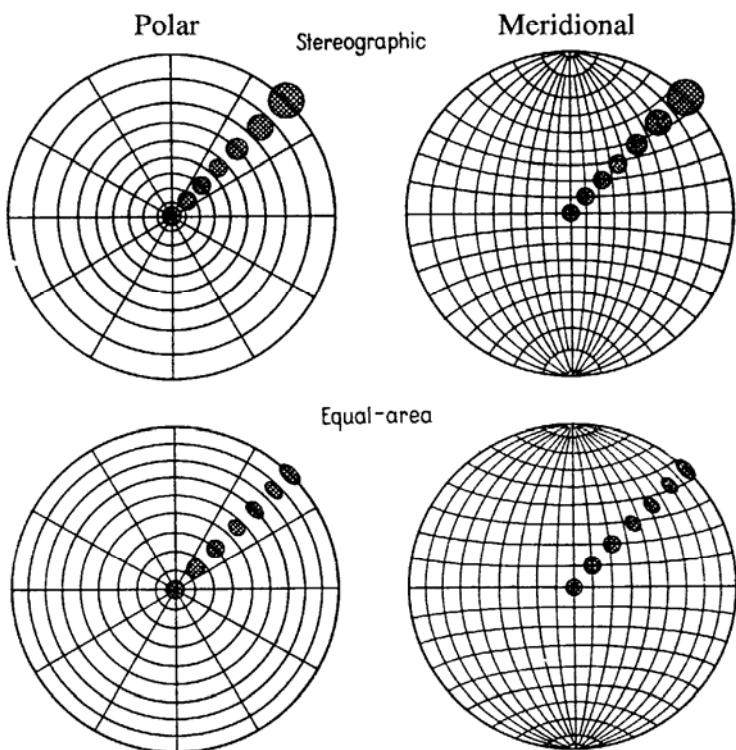


Fig. 6. Una falsilla para proyección inclinada.

La proyección estereográfica es **isogona**, es decir, conserva los ángulos. Y la falsilla meridional que se emplea para proyectar se llama **falsilla de Wulff**. Cuando se quiere hacer un tratamiento estadístico de una población de datos de orientación, conviene emplear una falsilla modificada en la que las áreas se conservan en cualquier parte de ella. Se llama la **falsilla de Schmidt**, o equiárea (Figs. 5 y 7), pero no conserva los ángulos, es decir, no es estereográfica en sentido estricto. Todas las líneas en una falsilla de Wulff son arcos de circunferencia, salvo los ejes

N-S y E-W. En cambio, en la falsilla de Schmidt, no lo son, porque han sido modificados para que las áreas se conserven.

Fig. 7. Comparación de las falsillas meridionales de Wulff y Schmidt.

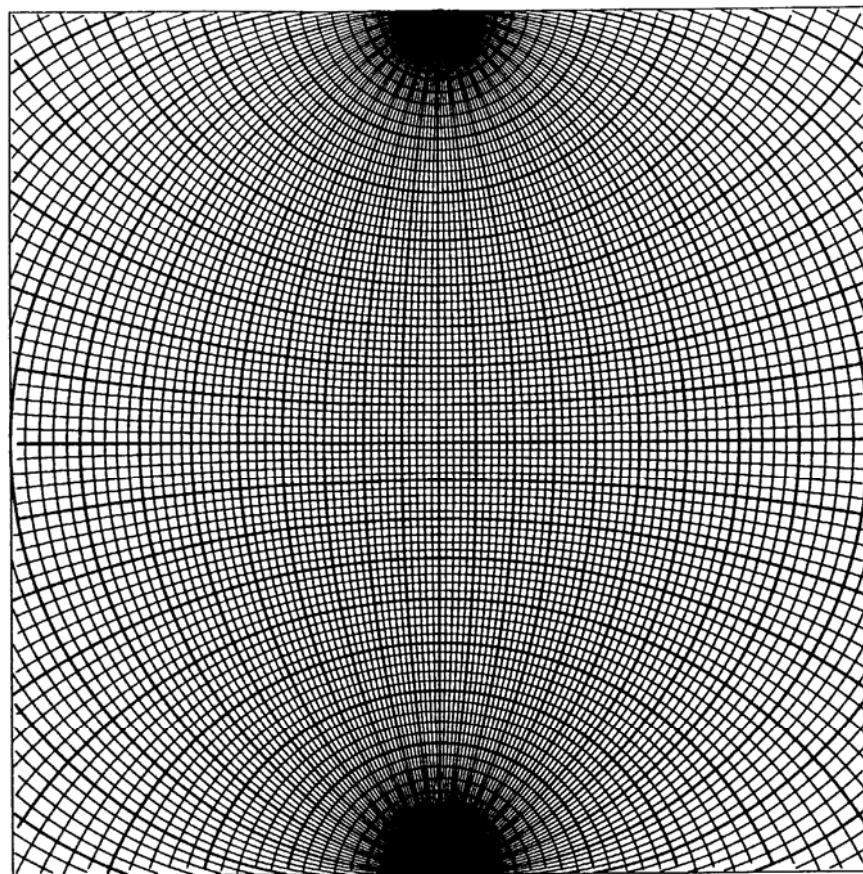
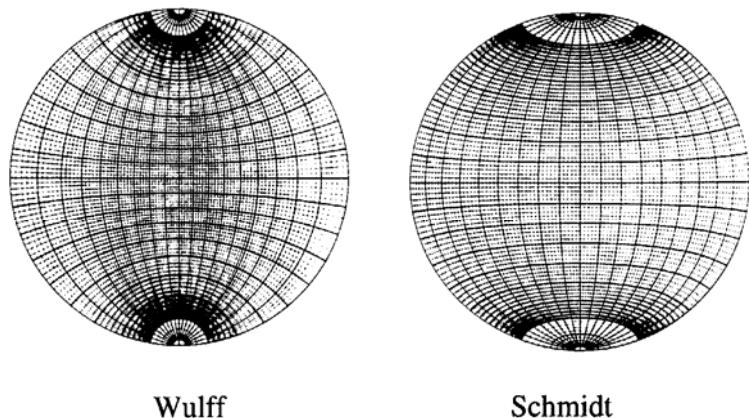


Fig. 8. Falsilla de Wulff mostrando parte del área por fuera de la primitiva en las esquinas.

Es difícil encontrar una falsilla que incluya parte del área por fuera de la primitiva. Se debe a que cualquier plano o línea que pase por el centro de la esfera de proyección, corta tanto al hemisferio superior como al inferior de la esfera. Y siempre se usa para representar el plano o línea, su intersección con el hemisferio opuesto al punto de proyección, porque en él, la intersección cae dentro de la primitiva. El espacio fuera de la primitiva se puede representar (punto  $M'$  en Fig. 3), pero sólo parcialmente, puesto que se extiende hasta el infinito: un punto adyacente al polo de

proyección se proyectaría en el infinito. La Fig. 8 muestra una falsilla de Wulff extendida fuera de la primitiva en las esquinas.

## PROYECCIÓN DE LÍNEAS Y PLANOS

La proyección estereográfica se emplea en Geología para representar la orientación de elementos geométricos de las capas y estructuras, para calcular relaciones mutuas entre ellas, y para deshacer cambios introducidos por la deformación, entre otras cosas. En todos esos casos, se emplea la falsilla de Wulff, proyectando el **hemisferio inferior** sobre el plano horizontal, y tomando como punto de proyección el más alto de la esfera, o **zenit** (Fig. 2).

Las **líneas** se proyectan con un punto, que representa su intersección con la esfera (Fig. 9a). Se proyectan según su dirección de inmersión (o "plunge"), y el ángulo de inmersión se mide desde la horizontal hacia el centro de la falsilla (Fig. 9c), llevando la dirección de inmersión a coincidir con el eje N-S (Fig. 9b).

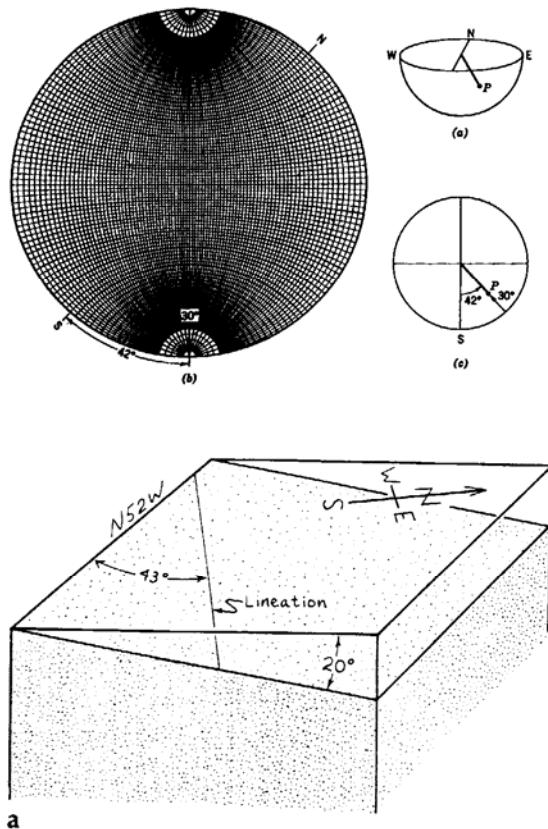


Fig. 9. Proyección de una línea a partir de su dirección ( $42^\circ$ ) y ángulo de inmersión ( $30^\circ$ ).

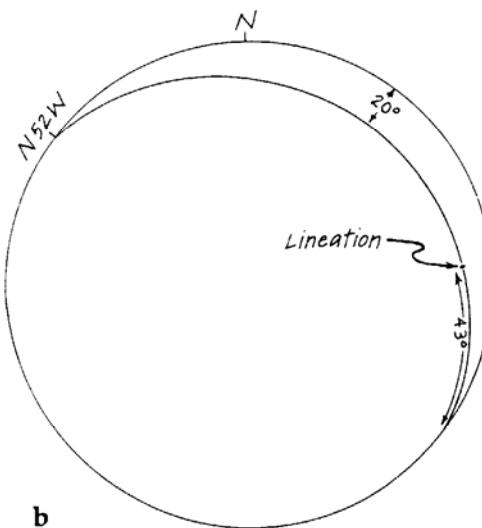


Fig. 10. Proyección de una línea contenida en un plano a partir de su ángulo de "pitch" o "rake" ( $43^\circ$ ). a) esquema. b) proyección estereográfica.

Para **líneas contenidas en un plano**, puede darse el ángulo que forman con la horizontal medido sobre el plano ("pitch" o "rake"). Ese ángulo ( $43^\circ$  en la Fig. 10) se lleva sobre la proyección ciclográfica del plano (ver párrafo siguiente), contando desde un extremo, es decir, desde la horizontal.

Existen **dos formas de proyectar planos**. Se llama **proyección ciclográfica**, ó  $\beta$ , cuando se proyecta la semicircunferencia resultante de la intersección del plano con la esfera (Fig. 11a). El plano se proyecta como un círculo mayor, llevando su dirección a superponerse con el eje N-S de la falsilla (Fig. 11b), y midiendo el ángulo de buzamiento desde la horizontal hacia el centro ( $40^\circ$  en la Fig. 11).

Se llama **proyección polar**, ó  $\pi$ , cuando lo que se proyecta es la intersección de línea perpendicular al plano (el lápiz en la Fig. 12c) con la esfera. En este caso, el plano se representa por un punto, proyectado según una dirección perpendicular a la dirección del plano, y el buzamiento se

mide desde el centro de la falsilla hacia la horizontal. El diámetro que coincide con la dirección del plano divide a la falsilla en dos mitades iguales. El polo del plano siempre cae en la mitad opuesta al círculo mayor de la proyección ciclográfica. Y ambos están a  $90^\circ$  (Fig. 12b y d).

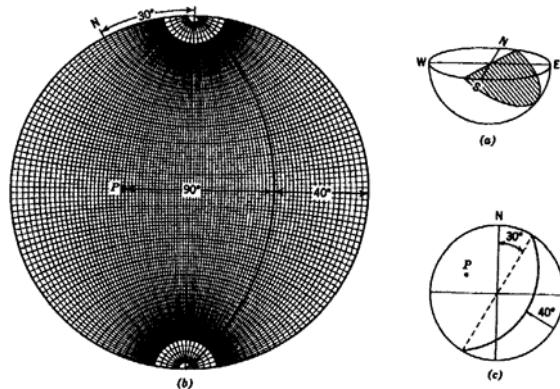
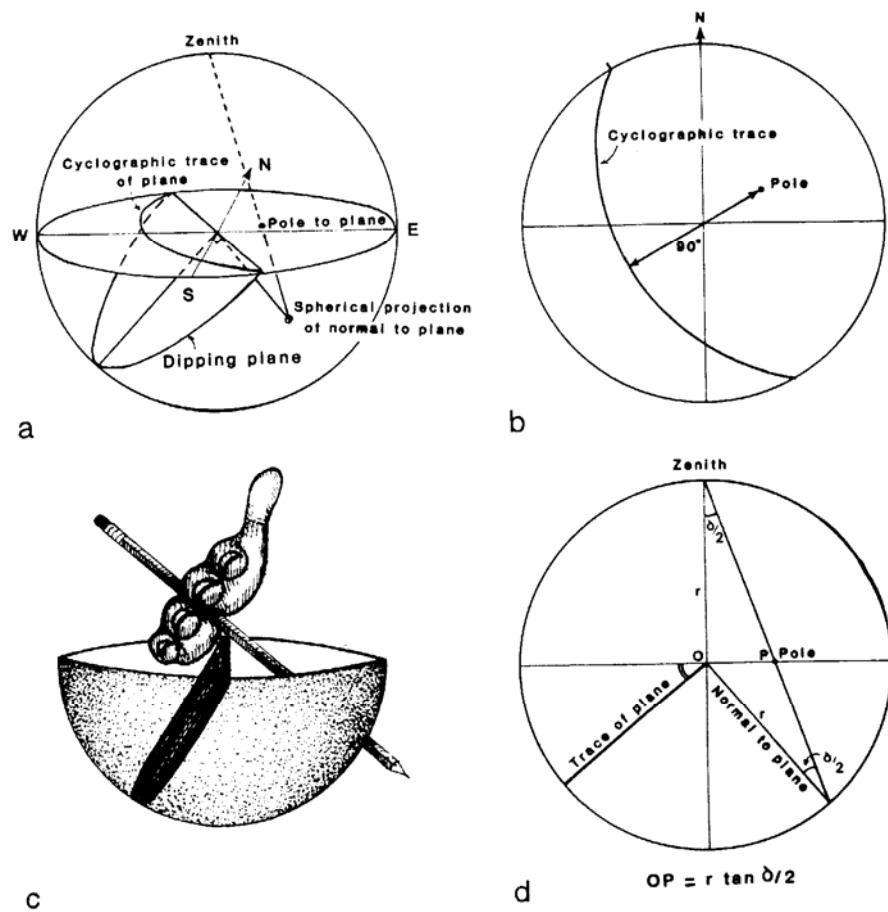


Fig. 11. Proyección ciclográfica de un plano.

Fig. 12. Proyección polar.  
a) perspectiva del plano y su polo. b) proyecciones ciclográfica y polar del mismo plano. c) esquema del plano (la mano) y su polo (el lápiz.). d) sección vertical de la esfera mostrando el buzamiento del plano y la inclinación se su polo.



## MEDIDA DE ÁNGULOS

Tanto para representar líneas y planos, como para medir ángulos y realizar otras operaciones, normalmente se superpone un papel transparente a la falsilla, de forma que pueda girar encima de ésta manteniendo el centro común, para lo que se emplea una chincheta.

Para calcular el **ángulo que forman dos líneas**, se gira el papel transparente que contiene los dos puntos (círculos) que las representan, hasta que caen en el mismo círculo mayor de la falsilla, que se mantiene fija debajo. Entonces se mide el ángulo que las separa (Fig. 13).

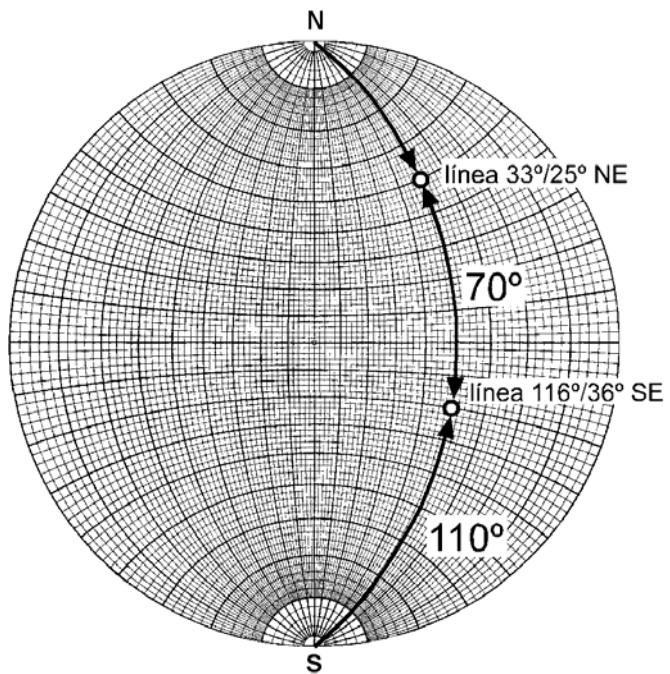


Fig. 13. Medida del ángulo entre dos líneas, representadas por los dos círculos pequeños.

El **ángulo entre dos planos** se mide de la siguiente manera:

En **proyección ciclográfica**, se localiza el punto intersección de los dos planos (punto negro), se le considera como un polo, y se traza el plano perpendicular a él (a trazos). Se ve dónde ese nuevo plano corta a los dos primeros y se mide el ángulo entre las intersecciones con ellos (Fig. 14).

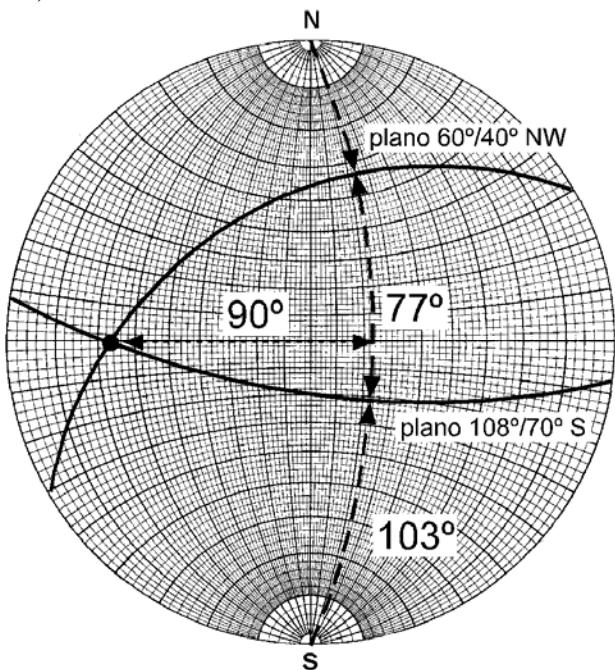


Fig. 14. Cálculo del ángulo que forman dos planos utilizando proyección ciclográfica.

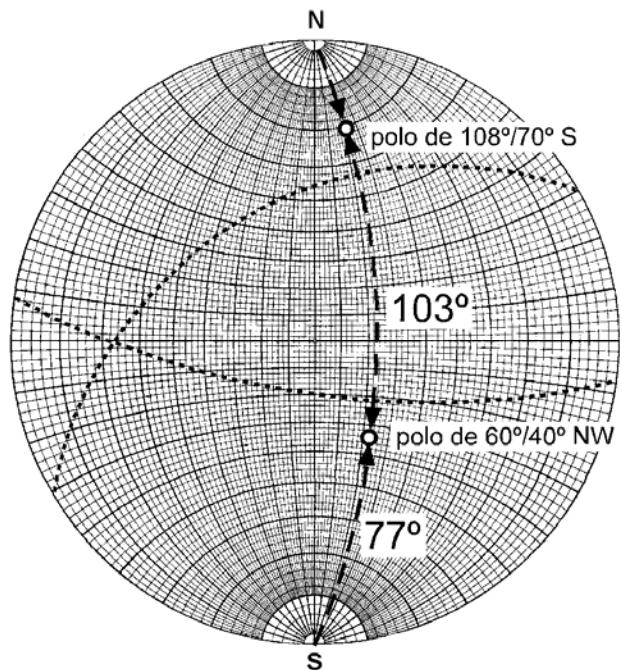


Fig. 15. Cálculo del ángulo que forman dos planos utilizando proyección polar.

En **proyección polar**, se busca el círculo mayor (a trazos) que pasa por los polos de los dos planos (círculos), y se mide el ángulo (Fig. 15). Los planos correspondientes, en proyección ciclográfica están representados a puntos.

En la medida de ángulos conviene tener siempre en cuenta dos cosas:

- 1- Medir siempre sobre un círculo mayor o, en su caso, sobre un diámetro (N-S o E-W).
- 2- Entre dos líneas o dos planos, salvo si son perpendiculares, siempre hay dos ángulos, uno mayor de  $90^\circ$  y el otro menor de  $90^\circ$ . Son suplementarios, es decir, suman siempre  $180^\circ$  (Figs. 13, 14 y 15). Hay que pensar lo que significa cada uno de ellos, a la hora de elegir uno u otro. Por ejemplo, en un pliegue muy abierto, el ángulo entre flancos será mayor de  $90^\circ$ . Por tanto, ese es el valor a escoger. Si se mide sobre sus polos, estos estarán muy cerca, y el ángulo más fácil de medir es el menor de  $90^\circ$ , pero en realidad, hay que medir el otro, o calcular el ángulo suplementario. Así, en la Fig. 15, tanto el valor de  $77^\circ$  como el de  $103^\circ$  son correctos, y tomar uno u otro depende sólo de su significado.

## GIROS

Las falsillas de Wulff y Schmidt permiten realizar giros, pero sólo alrededor de ejes horizontales y, por supuesto, del vertical.

Para **girar una línea** alrededor de un eje horizontal, se lleva ese eje a la posición N-S de la falsilla, y la línea se gira entonces moviendo el punto que la representa por el círculo menor que lo contiene, tantos grados como queramos girar, y en el sentido apropiado (Fig. 16, línea A). Este método sirve también para **girar planos en proyección polar**, puesto que el polo representa una línea, la perpendicular al plano. Si al girar una línea, ésta se sale de la falsilla (como la línea B de la Fig. 16), hay que entrar por el **extremo diametralmente opuesto** para seguir contando los grados.

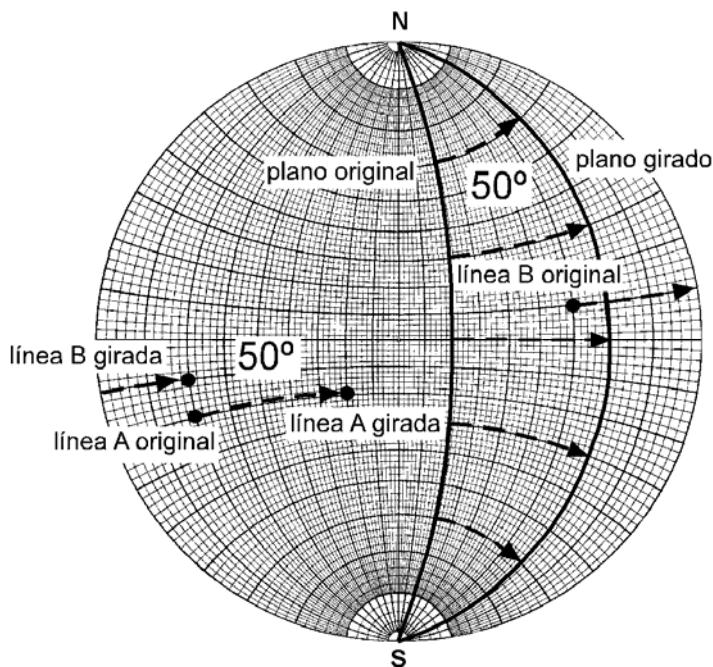


Fig. 16. Giro de  $50^\circ$  de un plano y de dos líneas, A y B (puntos), alrededor del eje horizontal N-S. Observar que al girar la línea B, se sale de la falsilla, entrando por el extremo diametralmente opuesto.

En **proyección ciclográfica**, al girar un plano sobre un eje horizontal, éste pasa a estar representado por un círculo mayor diferente. Por tanto, el método es llevar la dirección del plano a coincidir con el eje N-S. El plano coincide con un círculo mayor, y hay que moverlo a otro

contando los grados que se desea girar (Fig. 16). En realidad, cada punto del plano original se mueve al nuevo círculo mayor siguiendo un círculo menor. Esto es muy importante y nos informa de que **los giros sobre ejes horizontales se efectúan trasladando los puntos siguiendo círculos menores**. Se debe a que los puntos representan en realidad líneas, y al girar líneas alrededor de un eje, describen una superficie cónica. Y los círculos menores representan la intersección con la esfera de conos de distintos ángulos apicales, todos con el eje horizontal (Fig. 4b).

## PROYECCIÓN DE LOCALIDADES GEOGRÁFICAS

A menudo, es necesario utilizar la falsilla de Wulff en Geofísica para proyectar localidades de coordenadas conocidas, para calcular las coordenadas de un punto determinado, como por ejemplo, el epicentro de un terremoto, o para calcular la dirección en la que está una determinada localidad con relación a otra.



Fig. 17. Mapa del hemisferio oriental, construido en proyección estereográfica.

En estos casos, se usa una falsilla de Wulff normal, pero **se trabaja empleando el hemisferio más próximo al observador**. Es decir, se supone que la falsilla representa un hemisferio de la Tierra que el observador ve de frente (Fig. 17), y que el punto de proyección estereográfica está en el extremo opuesto de la esfera. Es como si, en la Fig. 1, el observador estuviera a la derecha, mirando de frente al hemisferio dibujado. El punto de proyección estaría entonces en el extremo opuesto de la parte oculta de la Tierra. De esta forma, **sólo se puede representar media Tierra cada vez** (salvo que tengamos una falsilla que desborda la primitiva como la de la Fig. 8, pero casi nunca se construyen falsillas de ese tipo).

En la Fig. 17, los círculos mayores de la falsilla corresponden realmente a los meridianos terrestres, y los menores a los paralelos. Llamaremos a esta **falsilla “geográfica”**. Como en este caso, el mapa está dibujado, es fácil localizar Salamanca y calcular aproximadamente sus coordenadas. Observar que el **meridiano cero**, o de **Greenwhich**, no coincide ni con la primitiva ni con la línea N-S. Los autores del mapa lo han dibujado de tal forma que la India caiga cerca del centro, de forma que el meridiano N-S es el meridiano 70° E.

Ahora bien, en una falsilla de Wulff que no tenga dibujado ningún mapa, podemos proyectar localidades geográficas. Simplemente, tenemos que decidir primero si el ecuador está en la primitiva (lo que sería una proyección polar, ver Fig. 5) o en el eje E-W (proyección meridional). A

continuación, elegiríamos como meridiano de Greenwich un radio (en proyección polar) o un círculo máximo (en proyección meridional). Esas opciones son personales, pero están condicionadas por el problema concreto a resolver. Por ejemplo, si queremos representar a la vez Salamanca ( $41^{\circ}$  N,  $6^{\circ}$  W) y Nueva York ( $41^{\circ}$  N,  $74^{\circ}$  W), la proyección de la Fig. 17 no nos vale. En cambio, una proyección con el ecuador E-W y Greenwich N-S sí nos vale (Fig. 18a), pero también una en que Greenwich esté en la mitad derecha de la primitiva (Fig. 18b). Si, además, queremos incluir San Francisco ( $38^{\circ}$  N,  $122^{\circ}$  W), podremos utilizar la segunda, pero no la primera.

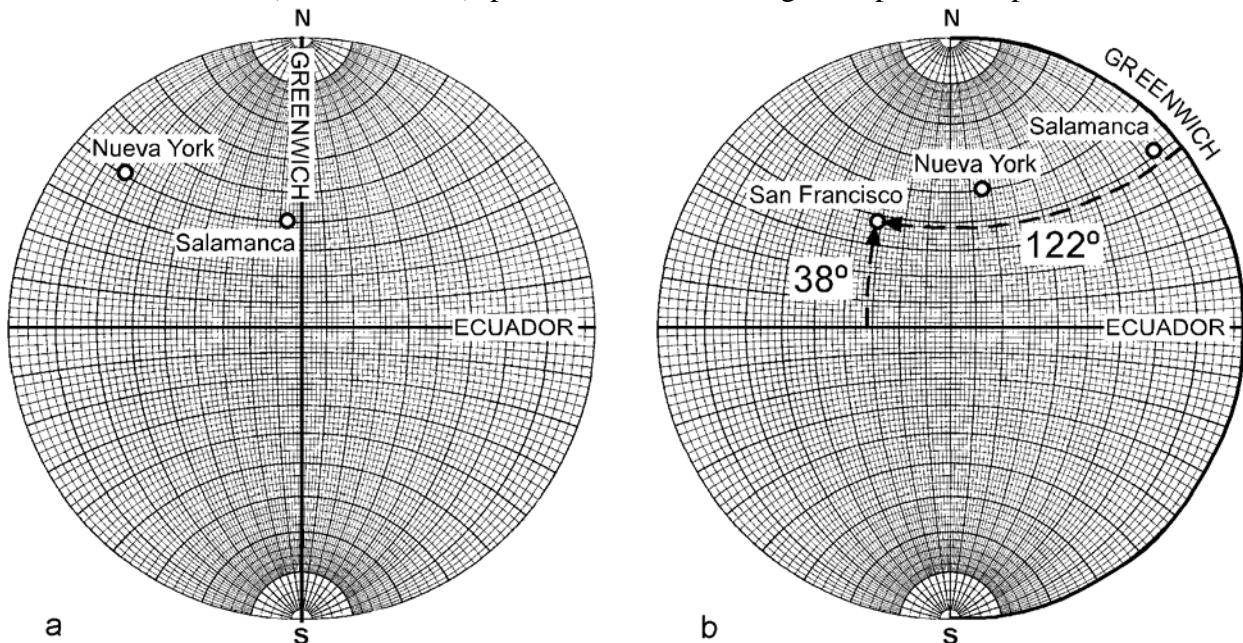


Fig. 18. Proyección estereográfica de Salamanca, Nueva York y San Francisco. Observar que el meridiano cero se ha tomado en dos posiciones diferentes, y que la de la derecha (b), permite proyectar las tres ciudades a la vez. Se ha usado una proyección meridional.

Para proyectar una localidad, contamos los grados de latitud desde el ecuador elegido, y los de longitud desde el meridiano cero. Todo ello cuidando los sentidos: latitud N o S, y longitud E u W. Ver el ejemplo de San Francisco en la Fig. 18b.

Es muy importante entender que si al intentar proyectar una localidad, p. ej., San Francisco en la proyección de la izquierda, ésta se nos sale de la falsilla, **no podemos entrar por el extremo diametralmente opuesto** para seguir contando los grados. Cuando girábamos una línea cualquiera, si podíamos hacer eso (Fig. 16, línea B), porque lo que marca esa línea es una orientación, pero los dos puntos en los esa línea que corta a la esfera, aunque son distintos, no tienen un significado especial, y lo mismo nos da proyectar uno que otro.

En cambio, cuando tratamos con localidades, una línea que pase por el centro de la Tierra, la corta en **dos puntos antipodales** que sí tienen un significado geográfico. Por ejemplo, en los antípodas de Salamanca está aproximadamente Wellington, (Nueva Zelanda). La línea que une Salamanca y Wellington corta a la esfera terrestre en esas ciudades, cuya posición geográfica es claramente distinta. Si al intentar proyectar Salamanca, se nos saliera de la falsilla, entrando por el extremo diametralmente opuesto, lo que proyectaríamos sería Wellington.

Un corolario es que, en general, **no podemos proyectar a la vez dos puntos antipodales**. La excepción es que caigan en la primitiva. Pero siempre podemos proyectar dos puntos cualesquiera en la misma falsilla: basta con escoger adecuadamente el ecuador y el meridiano cero, o de Greenwich. Incluso si son antipodales, podemos elegir como primitiva el meridiano que pasa por ambos puntos y proyectarlos. Pero entonces, tenemos que localizar dónde cae Greenwich.

## CÁLCULO DE DIRECCIONES RELATIVAS

En algunos problemas de magnetismo y de sísmica, tenemos que calcular qué ángulo forma un círculo mayor que pasa por dos localidades dadas, con el meridiano que pasa por una de ellas. Se trata de medir el ángulo que forman dos círculos mayores y, como sabemos que esos círculos representan planos, es un problema de medir el ángulo entre dos planos, ya descrito más arriba. Pero vamos a describir un caso concreto.

En magnetismo, por ejemplo, la línea que une una localidad con el polo Norte magnético forma un ángulo con el meridiano que pasa por esa localidad (y por el polo Norte geográfico). Ese ángulo es la **declinación magnética**, y equivale a la **dirección relativa del polo magnético con respecto al polo geográfico**, vistos desde esa localidad en concreto.

Para entender cómo se procede, vamos a calcular la declinación magnética de San Francisco ( $38^{\circ}$  N,  $122^{\circ}$  W) en relación al polo Norte geomagnético en el año 2000. Los polos geomagnéticos son antipodales, y sus coordenadas en 2000 fueron:  $79,3^{\circ}$  N,  $71,5^{\circ}$  W (polo Norte)

$79,3^{\circ}$  S,  $108,5^{\circ}$  E (polo Sur)

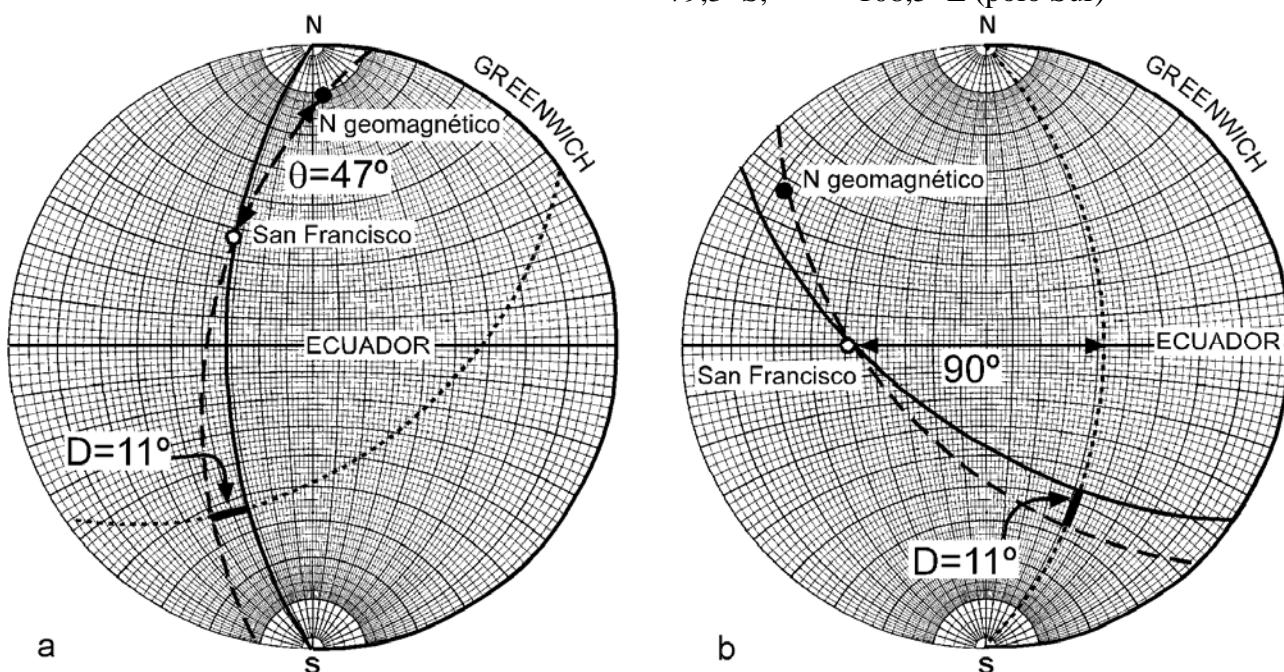


Fig. 19. Cálculo de la declinación geomagnética para San Francisco, en el año 2000.

Primero dibujamos el meridiano de San Francisco (línea continua), y luego el círculo mayor que pasa por San Francisco y el polo N geomagnético (a trazos, Fig. 19a). Después se lleva San Francisco al eje E-W (Fig. 19b), se traza el plano situado a  $90^{\circ}$  (puntos) y la declinación se mide sobre ese círculo mayor, como los grados que hay entre los otros dos, el continuo (que es el meridiano de San Francisco en sentido estricto) y el de trazos (que es el meridiano geomagnético).

Obtenemos  $11^{\circ}$ , pero **hay que indicar en qué sentido**. Volvemos a girar el papel transparente hasta poner su Norte en el Norte de la falsilla (Fig. 19a), y ahora vemos que desde San Francisco, el N geomagnético queda al E del N geográfico. Por tanto, la declinación es de  $11^{\circ}$  E. Observar que también se ha medido la **colatitud geomagnética**,  $\theta = 47^{\circ}$ , que se utiliza en los problemas de campo magnético.

Dependiendo de dónde coloquemos el meridiano cero, podremos representar el polo N ó S geomagnéticos, pero raramente los dos. Si tenemos que medir la colatitud con un polo que está en el hemisferio opuesto al de la localidad, el ángulo nos dará más de  $90^{\circ}$ . Pero ese ángulo no es la colatitud sino su complementario: **ninguna colatitud puede ser mayor de  $90^{\circ}$** . Para hallar la colatitud en ese caso, restaremos ese ángulo de  $180^{\circ}$ .

## LOCALIZACIÓN DEL FOCO DE UN TERREMOTO A PARTIR DE 3 DISTANCIAS EPICENTRALES

Este es otro ejercicio clásico de empleo la falsilla de Wulff. Las distancias epicentrales ( $\Delta^\circ$ ) desde el foco de un terremoto a las estaciones sismológicas se calculan a partir de las llegadas de ondas, sobre todo P y S. Con sismogramas de 3 estaciones diferentes, de coordenadas conocidas, el epicentro puede localizarse con cierta exactitud, y con más estaciones, la precisión puede mejorarse.

Las coordenadas de las estaciones A, B y C y ángulos epicentrales que vamos a emplear son:

A: 56° W, 23° S	$\Delta^\circ = 48^\circ$
B: 140° W, 0°	$\Delta^\circ = 38^\circ$
C: 40° W, 42° N	$\Delta^\circ = 70^\circ$

Lo primero que hay que hacer es proyectar las 3 estaciones. Conviene elegir la proyección (posición del ecuador y del meridiano cero) de forma que las tres estaciones caigan en el mismo hemisferio, y las veamos juntas en la falsilla. Ya hemos tratado este aspecto en el apartado **Proyección de localidades geográficas**.

Una vez proyectadas las estaciones (Fig. 20), medimos a partir de cada una de ellas la distancia epicentral  $\Delta^\circ$ , **siempre sobre los círculos mayores** (o sobre los ejes N-S y E-W). Girando la falsilla, podemos hacer coincidir la estación con distintos círculos mayores y anotar en ellos la distancia epicentral hacia los dos lados. Después de hacerlo varias veces, los puntos dibujan una circunferencia, que representa todos los puntos equidistantes  $\Delta^\circ$  de la estación.

En realidad, **es más fácil hacer coincidir la estación con el eje N-S o E-W de la falsilla y marcar sólo  $\Delta^\circ$  sobre ese eje a ambos lados de la estación**. La estación B, cuya latitud es cero, cae sobre el eje E-W, e ilustra cómo se dibuja el círculo. El punto medio entre las dos marcas (x) es el centro de la circunferencia, y ésta se traza con un compás, pasando por las dos marcas. Notar que el punto medio no coincide con la proyección de la estación (círculo), ni en B ni en ninguna otra estación. Las circunferencias dibujadas representan circunferencias sobre la superficie de la Tierra, y mantienen su forma porque la proyección estereográfica conserva los ángulos.

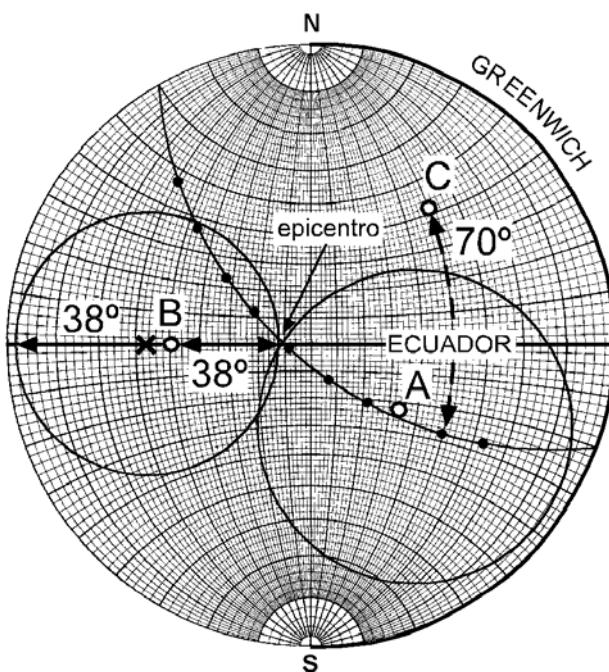


Fig. 20. Ejemplo de la localización de un terremoto a partir de tres estaciones sismológicas.

El problema surge cuando al medir  $\Delta^\circ$  en uno de los lados del eje, una de las medidas se sale fuera de la primitiva, con lo que no podemos marcarla. Es el caso de la estación C (Fig. 20).

Entonces hay que recurrir a **marcar varias distancias epicentrales ( $\Delta^o$ ) sobre varios círculos mayores**, y luego trazar el arco de circunferencia (puntos pequeños). P. ej., en la Fig. 20 puede apreciarse que hay  $70^o$ , medidos sobre el meridiano que pasa por C, desde C hasta el círculo dibujado uniendo los puntos pequeños. El arco puede trazarse a mano alzada, pero también geométricamente: 3 puntos definen una circunferencia, así que con tres puntos suficientemente espaciados, la circunferencia puede construirse por un método geométrico muy sencillo que requiere una regla y un compás.

Una vez trazadas las tres circunferencias, el punto de intersección o el punto medio de las intersecciones, nos da la posición del epicentro. Pero aún queda un paso: **medir sus coordenadas**. Para ello, hay que **tomar como referencia el ecuador y el mismo meridiano cero** que empleamos al proyectar las estaciones. Las coordenadas del epicentro son  $101^o$  W,  $1^o$  N.

## ANÁLISIS DE MECANISMOS FOCALES

Se trata de identificar los dos **planos nodales** de un evento sísmico. Uno de ellos es el **plano de falla** y el otro es perpendicular y se llama **plano auxiliar**. La Fig. 21 muestra un terremoto producido en un foco (F) de una falla que buza  $45^o$  a la derecha. El plano perpendicular dibujado a puntos se llama plano auxiliar. Se trata de una falla inversa, producida por un esfuerzo mayor,  $\sigma_1$ , horizontal y uno menor,  $\sigma_3$ , vertical. Observar, no obstante, que los cuadrantes que contienen a  $\sigma_1$  experimentan dilatación como primer movimiento, y los que contienen a  $\sigma_3$  sufren compresión. Los cuadrantes en compresión se representan en gris o negro, y los que experimentan dilatación se dejan en blanco.

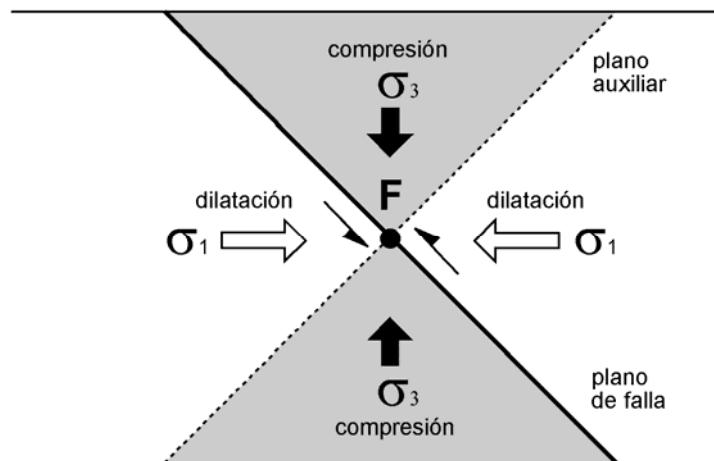


Fig. 21. Plano de falla y plano auxiliar, vistos en sección. Los cuadrantes que registran compresión en el primer movimiento son los que contienen al eje menor de esfuerzos ( $\sigma_3$ , también llamado T) y los que registran dilatación contienen al eje mayor ( $\sigma_1$  ó P).

Para calcular los planos nodales (el de falla propiamente dicho y el auxiliar, ver Fig. 21), uno se imagina una pequeña esfera situada en el foco (Fig. 22), que se llama la **esfera focal**. También imaginamos las ondas sísmicas como rayos que partiendo del foco, llegaron a distintas estaciones sismológicas después de recorrer una trayectoria más o menos curva o formada por segmentos curvos.

El primer movimiento de un terremoto se registra en varias estaciones sismológicas de distinta forma: a veces como un empuje hacia arriba y a veces como un hundimiento. Normalmente, **un empuje o elevación del terreno, se representa en un sismograma de componente vertical como un surco**, porque en los antiguos sismógrafos, la onda sísmica movía hacia arriba el cilindro con el papel de registro, pero no la aguja. Un **hundimiento del terreno se representa, por tanto,**

**como un pico.** (Esta regla se sigue muy frecuentemente, pero no siempre. Si hay información acompañando al sismograma, conviene mirar y comprobar qué significan picos y surcos).

Cuando se proyectan los rayos que, saliendo de la esfera focal, llegaron a las distintas estaciones, se emplea un punto negro para un empuje o una compresión (o sea, un surco), y un pequeño círculo para un hundimiento o una dilatación (o sea, un pico). Por tanto, la regla es:

**Si la primera llegada es un pico, el rayo se proyecta como un pequeño círculo.**

**Si la primera llegada es un surco, el rayo se proyecta como un punto negro.**

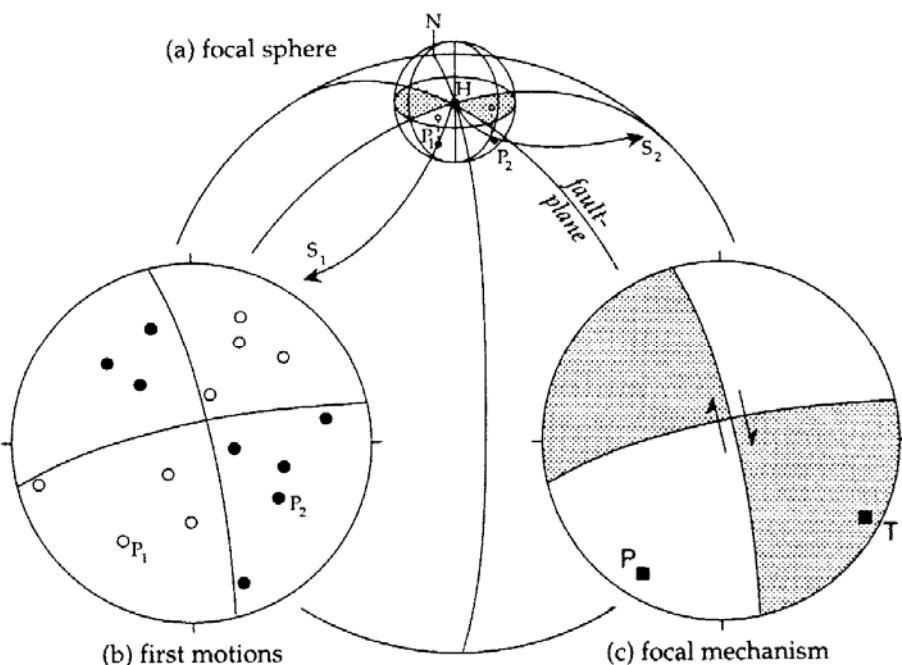


Fig. 22. La llamada esfera focal (a), cuyo centro está en el foco, y dos rayos,  $P_1$  y  $P_2$ , que partieron del foco y llegaron a dos estaciones sismológicas  $S_1$  y  $S_2$ . Se incluye la representación estereográfica de los primeros movimientos (b) y de la solución de mecanismos focales (c). En (b), los puntos negros representan compresión (surcos) y los círculos pequeños, dilatación (picos).

Para trazar correctamente los planos nodales, necesitamos datos de muchas estaciones, o sea, muchos puntos y círculos. Para cada una, hay que proyectar el rayo que llegó a la estación, pero en la orientación que tenía cuando salía del foco. Esa proyección se hace **en el hemisferio inferior de la esfera focal**. Para eso necesitamos determinar la dirección de salida y también el ángulo de incidencia.

Lo haremos con un ejemplo. Un terremoto ocurrido en Varto (Turquía), que fue registrado en París. La profundidad del foco fue de 11 km, y la primera llegada fue un surco. Las coordenadas de las localidades son:

Varto:  $41^\circ$  E,  $40^\circ$  N

París:  $2^\circ$  E,  $49^\circ$  N

En primer lugar, proyectamos ambas localidades en una falsilla de Wulff “geográfica”. Es decir, procedemos según el apartado **Proyección de localidades geográficas** (Fig. 23a). En este caso se ha puesto el meridiano cero en dirección N-S, pero también puede hacerse de otras formas.

La **dirección de salida** del rayo es la dirección en la que se encuentra París con respecto a Varto, medida desde el Norte. Por tanto, empleamos el método descrito en el apartado **Cálculo de direcciones relativas**: dibujamos el meridiano de Varto y el círculo mayor que pasa por las dos

localidades, el epicentro y la estación. Luego dibujamos un plano a  $90^\circ$  de Varto (a trazos) y medimos el ángulo entre los dos círculos mayores. Es evidente que en este caso, el ángulo que vale es  $60^\circ$ : París está en dirección N $60^\circ$  W respecto a Varto.

Ahora necesitamos otra proyección estereográfica, para la esfera focal. En este caso, usamos el hemisferio inferior (Fig. 23b), es decir, ésta no va a ser una falsilla "geográfica". En ella, situamos el foco en el centro, y dibujamos un radio desde él en dirección N $60^\circ$  W. El rayo sísmico que llegó a París salió por algún punto de esa línea.

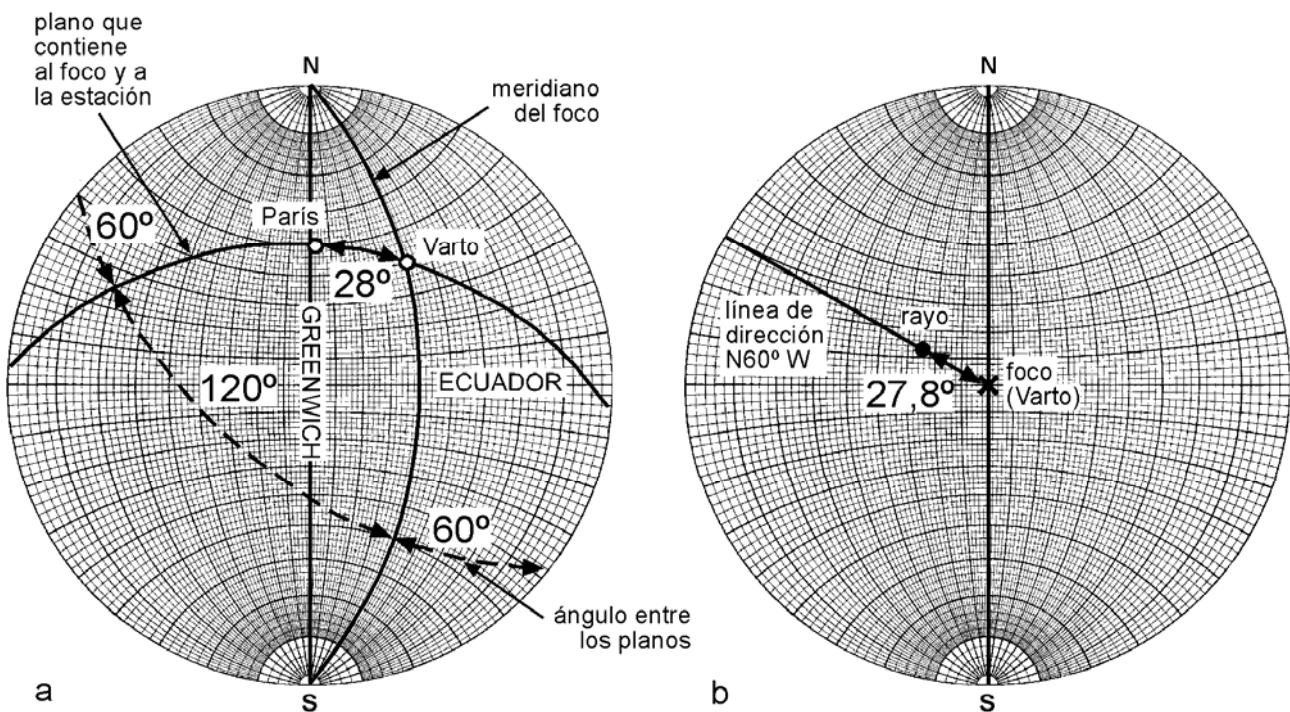


Fig. 23. Proyección del rayo del terremoto de Varto (Turquía) registrado en París en la esfera focal. a) Falsilla de Wulff "geográfica" empleada para calcular la dirección del rayo (N $60^\circ$  W) y la distancia epicentral (28°). b) Esfera focal.

Para calcular el **ángulo de incidencia** del rayo, es decir, su ángulo de inmersión, usamos la fórmula del parámetro del rayo:

$$p = \frac{R \cdot \operatorname{sen} i}{V}, \text{ donde } R \text{ es el radio hasta el foco, } V \text{ la velocidad de las}$$

ondas P a esa profundidad (ver tabla de velocidades del modelo *iasp91*), y  $p$  el parámetro del rayo, que se lee en las tablas correspondientes del modelo *iasp91* y que depende de la distancia epicentral. En nuestro caso:

$$R = 6.371 - 11 = 6.360 \text{ km (la profundidad del foco es de 11 km).}$$

$$V = 5,8 \text{ km s}^{-1} \text{ (foco a menos de 20 km de profundidad).}$$

$$\Delta^\circ = 28^\circ \text{ (se lee en la Fig. 23 a, entre Varto y París).}$$

$$p = 511,65 \text{ s}^{-1} \text{ (para un } \Delta^\circ = 28^\circ \text{).}$$

Despejando, obtenemos  $i = 27,8^\circ$ , que es el ángulo de incidencia del rayo, medido desde la vertical. Lo proyectamos en la Fig. 23b con **un punto**, puesto que **corresponde a un surco**.

Con más estaciones, podemos proyectar más rayos. Unos corresponden a picos y otros a surcos, es decir, a círculos y puntos respectivamente (Fig. 24). Y con muchos rayos, trazamos dos planos perpendiculares entre sí que dividen el espacio en 4 cuadrantes. Dos de ellos estarán en compresión (grises) y los otros dos en dilatación o tensión para el primer movimiento. En el caso del terremoto de Varto, los **planos nodales** que se obtienen son: N $118^\circ$  E / 50° N y N $61^\circ$  E / 60° SE.

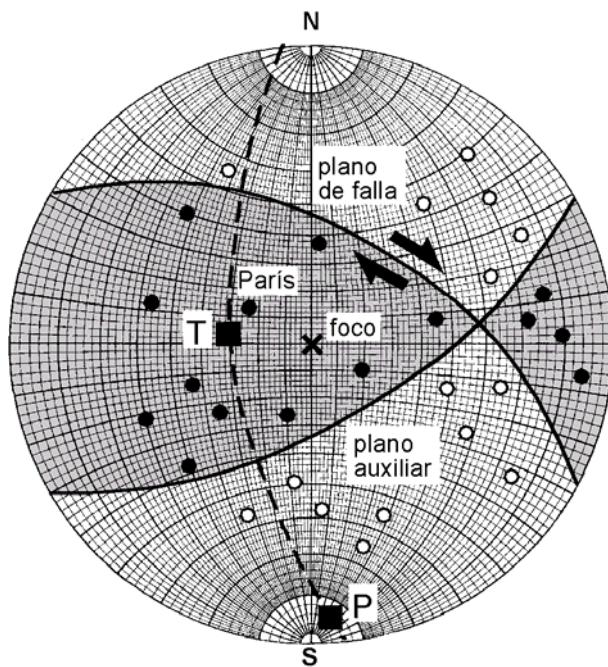


Fig. 24. Solución del mecanismo focal del terremoto de Varto utilizando información de 30 estaciones, incluida la de París. P representa el esfuerzo mayor ( $\sigma_1$ ) y T el menor ( $\sigma_3$ ).

Para dibujar los ejes P y T, se traza un plano a  $90^\circ$  del punto de intersección entre los dos planos nodales (a trazos). El **eje P** está entonces en la bisectriz del cuadrante blanco, y marca la dirección del esfuerzo mayor ( $\sigma_1$ ), mientras que el **eje T** está en la bisectriz del cuadrante oscuro, y marca la dirección del esfuerzo menor ( $\sigma_3$ ). El esfuerzo intermedio ( $\sigma_2$ ), que no se suele dibujar, se encontraría en la intersección de los dos planos nodales.

Con los datos de que disponemos, no podemos saber cuál de los dos planos nodales es el de falla y cuál el auxiliar. Pero sí **qué tipo de falla produjo el terremoto**. Las relaciones entre los tipos de falla y los mecanismos focales puede verse en la Fig. 25. Comparándola con la Fig. 24, vemos un parecido razonable con las fallas de desgarre, aunque la intersección de los dos planos no coincide en el eje vertical (centro de la falsilla). Eso implica que, además de tener una componente de desgarre, es decir, en dirección, la falla también tenía una componente en buzamiento.

La geología regional nos ayuda casos como éste. La Fig. 26 es un esquema geológico de la península de Anatolia (Turquía), y en él está representado el mecanismo focal del terremoto de Varto. El epicentro de ese sismo se localizó sobre una enorme falla de desgarre dextra, conocida como la **falla transformante del Norte de Anatolia**, cuya dirección es, aproximadamente, N120° E. Por tanto, es muy razonable asumir que, de los dos planos nodales obtenidos, **la falla** es el que **tiene una orientación N118° E / 50° N**.

En la Fig. 24 observamos que el eje P está en dirección N-S. Una compresión en esa dirección provocaría un movimiento dextro en el plano que identificamos como el de falla y uno senestro en una posible falla que se hubiera desarrollado en la dirección del plano auxiliar. Dado que la falla transformante es dextra (Fig. 26), la coincidencia en el sentido de movimiento refuerza la interpretación. Por eso, en la Fig. 24 se han añadido un par de flechas en el plano de falla indicando el sentido de desplazamiento relativo de los labios de la falla. Esto se hace aquí con una intención didáctica, para que el gráfico sea más fácil de visualizar, pero no se suele hacer en los diagramas de mecanismos focales.

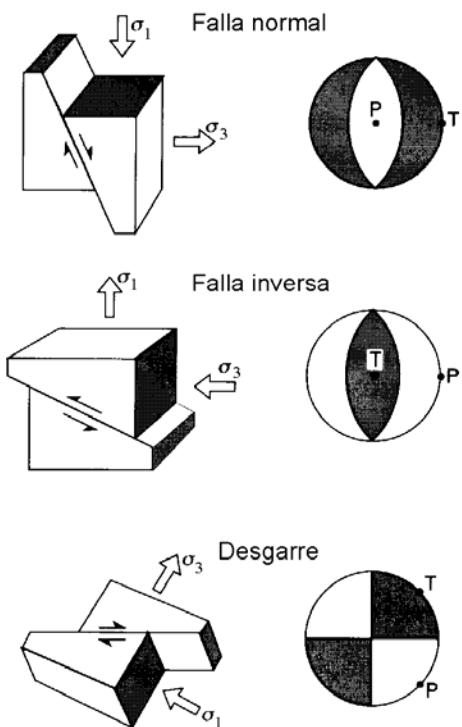


Fig. 25. Los tres tipos principales de fallas, y sus mecanismos focales correspondientes.

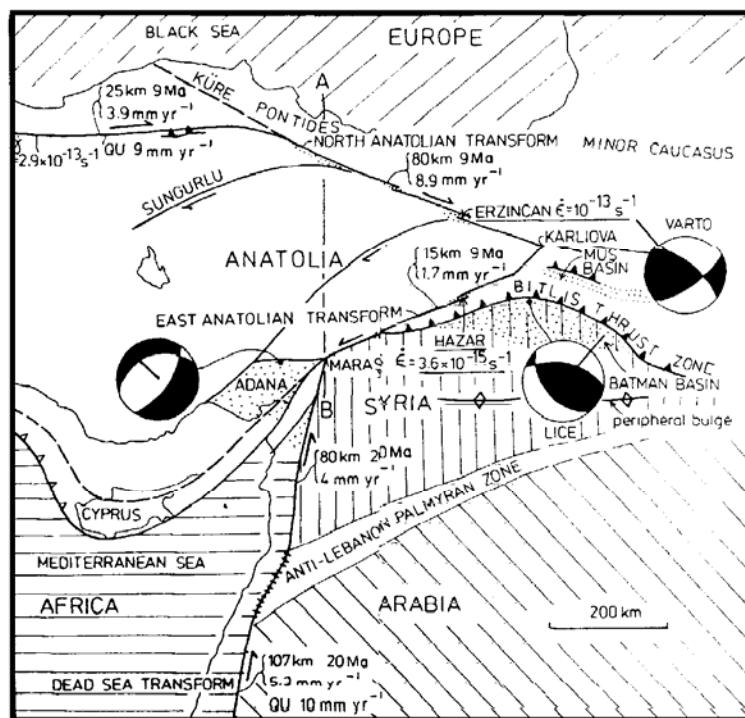


Fig. 26. Mapa geológico simplificado del centro y Este de Anatolia. Se incluyen los mecanismos focales de tres terremotos, entre ellos el de Varto.

### PARA SABER MÁS

La mejor forma de resolver problemas con la falsilla es entenderla y practicar. Hay muchos tipos de problemas que se pueden resolver con ella, tanto de Geología Estructural como de Estratigrafía, Cristalografía, Geofísica, Geografía y Astronomía. Y en cada caso hay que usar la falsilla adecuada, y a veces **adaptarla mentalmente al problema** como hemos visto, por ejemplo, para proyectar localidades por sus coordenadas, aunque no veamos el mapa.

Un pequeño libro que trata exclusivamente sobre proyección estereográfica aplicada a la Geología Estructural es el clásico:

Phillips, F.C. 1975. La aplicación de la Proyección Estereográfica en Geología Estructural. Blume, Madrid. 132 pp.

Pero muchos libros de Geología Estructural tienen capítulos muy completos dedicados a la falsilla estereográfica, tanto la de Wulff, usada para cálculos de orientaciones y relaciones angulares, como la no estrictamente estereográfica de Schmidt, que se emplea en el tratamiento de poblaciones de datos de orientación. Entre ellos, los mejores son los siguientes:

- Davis, G.H. 1996. Structural Geology of Rocks and Regions. 2<sup>a</sup> Ed. John Wiley & Sons, New York. 776 pp.
- Marshak, S. y Mitra, G. 1988. Basic Methods of Structural Geology. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey. 446 pp.
- Ragan D.M. 1980. Geología Estructural: Introducción a las técnicas geométricas. Omega, Barcelona. 207 pp.
- Rowland, S.M. 1986. Structural Analysis and Synthesis. Blackwell, Palo Alto. 208 pp.