

En ambos aforamientos los esfuerzos positivos en el eje X se presentan en mayor proporción hacia el tope de los mismos, y en las Zonas de contacto entre laminationes; por el contrario los mayores esfuerzos negativos se concentran en profundidad y hacen la base de los modelos.

Son de mayor magnitud los esfuerzos hacia la base de los taludes que los esfuerzos ejercidos hacia el tope de los mismos, es por esta razón que las mayores deformaciones se producen en las bases de los taludes.

En el último modelo, los desplazamientos en la presa se concentran principalmente en el entroque en la Zona media-alta de la presa en donde la columna de agua ejerce las mayores presiones, la magnitud del desplazamiento disminuye al alejarse de la presa y está íntimamente ligada con la resistencia del material que la compone. Los máximos esfuerzos negativos en el eje X se generan en donde los desplazamientos son mayores como respuesta a los mismos. Los mayores esfuerzos positivos en el eje X se concentran en las Zonas de la presa donde ocurre un cambio drástico de materiales y angularidad.

Los esfuerzos hacia el tope de la presa son poco significativos, sin embargo los esfuerzos negativos en dirección del eje Y son importantes generando las mayores deformaciones en la base y en la Zona media del entroque.

## 7. REFERENCIAS

- [1] Aguerrevere, S. y Zaloya, G. *Observaciones geológicas de la parte central de la Cordillera de la Costa Venezuela*. Bol. Geol. y Min., Caracas, 1(2-4): 8-24, 1937.
- [2] Barberan, L. y Rodríguez, S. *Integración de la geología del entorno Vargas y del lago sur del macizo del Auyá de Caracas*. Geos, UCV, Caracas, 35, 2002.
- [3] Castillo, A. y Suárez, J. *Reconocimiento geológico de la región Anare – Osimia, veriente norte del macizo del Auyá. Estado Vargas*. Geos, UCV, Caracas, 35, 2002.
- [4] Rodríguez, M. y Elberg, M. *Simulación Geomecánica de estabilidad de taludes*. Memorias del IV Congreso Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería y Ciencias Aplicadas. Morelia, Michoacán, México, 2007.
- [5] González De Vallejo, L. y Ferrer M. *Ingeniería Geológica*. Pearson Educación, S. A. Madrid, España, 2002.
- [6] Castelletti, I. *Mecánica de Suelos*. Departamento de publicaciones, Universidad de Los Andes, Mérida, Venezuela, 1981.
- [7] Slagg – Zienkiewicz. *Mecánica de Rocas en la Ingeniería Práctica*. Primera Edición España Ediciones Castilla, S. A., 1970.
- [8] Matañer, M. *Las deformaciones de las materias de la corteza terrestre*. Segunda Edición. Ediciones OMEGA, S. A. Barcelona, España, 1990.
- [9] Elberg, M. y Febres H. *Proceso Automatizado de Refinemento H-Adaptativo en Base a Índices de Energía de Deformación*. Universidad de los Andes, Facultad de Ingeniería, Mérida: Venezuela, 2002.
- [10] Sosa, G., Alain M. y Elberg M. *Aplicación del método de elementos finitos en la simulación de zonas susceptibles a movimientos de masa en la franja costera del Estado Carabobo, Venezuela*. Revista Ciencia e Ingeniería, Vol.29, no.2, p.199-206. ISSN 1316-7081, 2008.

## OBTENCIÓN DE LOS ESFUERZOS A PARTIR DEL ENSAYO DE CORTE APlicando el MÉTODO DE ROTACIÓN DE EJES.

Norly Belandria,  
Roberto Ucar Navarro,  
Francisco Bongiorno Pouzo,  
norlybelandria@ula.ve  
roberto.uarcor@comv.net,  
frbongiorno@ula.ve

Grupo de Investigaciones en Geología Aplicada. Universidad de Los Andes, Facultad de Ingeniería, Departamento Geomecánica, Mérida, 5101, Venezuela.  
Esmeralda De Barcia,  
esmeralda@ula.ve,  
duarcor@ula.ve

Laboratorio de Mecánica de Suelos y Pavimentos, Facultad de Ingeniería, Departamento de Vías, Universidad de Los Andes, Mérida 5101, Venezuela.

**Resumen.** El ensayo de corte permite determinar la resistencia al esfuerzo cortante de un suelo, mediante los parámetros de cohesión ( $C$ ) y ángulo de fricción interna ( $\phi$ ) del material. En este trabajo a partir de los resultados de dicho ensayo en un suelo, se obtuvo la magnitud y dirección de los esfuerzos principales, realizando la representación gráfica mediante tres puntos de rotura, cuyas coordenadas se han obtenido utilizando el ensayo de corte directo en la condición "no drenado". Posteriormente, se representaron dichos puntos, observándose la envolvente de falla. Luego se aplicó la rotación de ejes, apoyándose en la bien conocida expresión del ángulo de falla  $\alpha_f = (45^\circ - \phi/2)$ , que es el ángulo que forma el plano de falla con el esfuerzo principal menor, la cual permite relacionar los ejes  $x$  e  $y$  con los ejes  $x'$  e  $y'$  por medio de los covariantes directores, de esta manera, se halló la matriz de rotación. Este procedimiento se realizó con la finalidad de compararla con la solución analítica que relaciona los esfuerzos principales al utilizar la ecuación de Mohr – Coulomb, con el método de rotación de ejes, observándose que el error es despreciable al aplicar la metodología propuesta.

**Palabras Claves:** Rotación de ejes, Esfuerzos principales, Mohr - Coulomb, Ensayo de corte.

## 1.- INTRODUCCION

El presente trabajo tiene como finalidad el estudio de la resistencia cortante de un suelo con la finalidad de obtener sus parámetros de corte, cohesión ( $C$ ) y ángulo de fricción interna ( $\phi$ ). Ángulo de rotura ( $\alpha$ ) y la magnitud de los esfuerzos  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$ .

El método de rotación de ejes permite determinar la magnitud de los esfuerzos a partir del ensayo de corte cuyos datos se obtienen en el laboratorio y que permiten determinar la ecuación de Mohr – Coulomb. Posteriormente, conociendo el esfuerzo normal, el esfuerzo tangencial, y el ángulo de rotura a partir de la rotación de ejes se pueden determinar la magnitud de los esfuerzos de una forma aproximada y luego comparándolo con el método analítico.

REFRESCAÇÕES

En el año de 1776, Coulomb (1776) presentó una teoría que describía la ruptura de los materiales. Esta teoría afirma que un material falla debido a una combinación crítica de esfuerzo normal y esfuerzo cortante. La envolvente de falla definida por dicha relación, para la mayoría de problemas de mecánica de suelos, es suficiente aproximar el esfuerzo cortante sobre el plano de falla como una función lineal del esfuerzo normal (Coulomb, 1776). Esta relación se escribe como:

$$\tau_f = c + \sigma_m \tan \phi \quad \text{(Criterio de falla Mohr-Coulomb)} \quad (1)$$

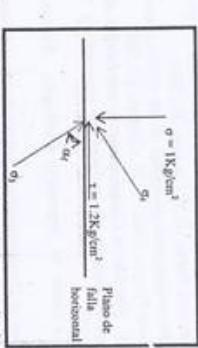
Dónde:

$\phi$  = ângulo de

$$\tan\phi = \mu = \text{pendiente de la recta}$$

$$r_f = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2) \text{senza}$$

Figura 2. Representación gráfica de la magnitud y dirección de los esfuerzos principales.



Utilizando los conceptos de la teoría de elasticidad se sabe que:

$$\sigma_m = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \cos \phi$$

$$\alpha_f = \left(45^\circ + \frac{\phi}{2}\right) = \left(45^\circ + \frac{35^\circ}{2}\right) = 62.5^\circ \quad (3)$$

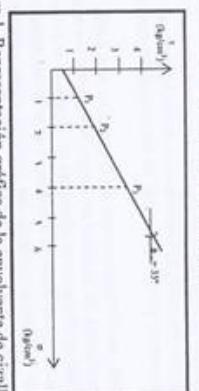


Figura 1. Representación gráfica de la evolución de la viscosidad obtenida mediante tres puntos de rotura en el laboratorio.

Finalmente se puede determinar la dirección y la magnitud de los vectores principales (figura 2) como a continuación se describe:

$$\sigma_1 = \sigma_{in} + r \tan \alpha = 1 \text{ Kg/cm}^2 + 1.2 \text{ Kg/cm}^2 \cdot \tan(62.5^\circ) = 3.30 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\sigma_3 = \sigma_{in} - r \cot \alpha = 1 \text{ Kg/cm}^2 - 1.2 \text{ Kg/cm}^2 \cdot \cot(62.5^\circ) = 0.37 \text{ Kg/cm}^2$$

(5)

Por cuanto, la relación entre los esfuerzos principales, al utilizar la ecuación de Mohr-Coulomb, viene expresada por:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \left( \frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} \right) + 2C \left( \frac{\cos \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} \right) \quad (6)$$

Fácilmente se puede hallar la presión sin confiar ( $q_u$ ) al considerar  $\sigma_3 = 0$ , es decir:

$$\sigma_{1(\text{fail})} = q_u = 2C \left( \frac{\cos \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} \right) \quad (7)$$

Por lo tanto:

$$\sigma_1 = \sigma_3 \left( \frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} \right) + q_u \quad (8)$$

La magnitud de  $q_u$  obtenida es:

$$q_u = 2C \tan \alpha_f = 2 \cdot 0.5 \tan(62.5^\circ) = 1.92 \text{ Kg/cm}^2 \quad (9)$$

Entonces la ecuación de la recta puede representarse como (ver figura 3):

$$\begin{aligned} \sigma_1 = m\sigma_3 + q_u & \quad \text{donde} \quad m = \tan^2(45^\circ + \phi/2) = \tan^2 \alpha_f \\ \tan \beta = \tan^2(62.5^\circ) \cdot 3.69 & \Rightarrow \beta = 75^\circ \end{aligned} \quad (10)$$

Otra manera de representar los esfuerzos se puede observar en la figura 4:

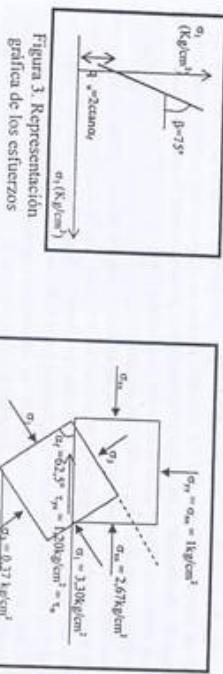


Figura 3. Representación gráfica de los esfuerzos

Puesto que  $\sigma_{xx} + \sigma_{yy} = \sigma_1 + \sigma_3 = \text{constante}$  (invariante de Esfuerzos). Siendo la presión lateral  $\sigma_{xx}$  en el momento de la falla:

$$\sigma_{xx} = (\sigma_1 + \sigma_3) - \sigma_{yy} = 2,67 \text{ Kg/cm}^2. \quad (11)$$

La ecuación entre los esfuerzos principales  $\sigma_1$ ,  $\sigma_3$  puede obtenerse gráficamente como sigue, ver figura 5.

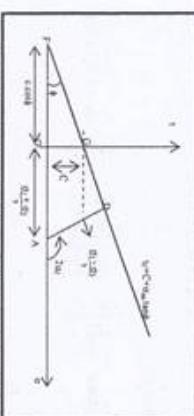


Figura 5. Relación trigonométrica del círculo de Mohr.

**3.2- Resolución matricial:** Otra manera de analizar, es matricialmente, representando en un sistema de coordenado  $xy$  y relacionarlo mediante los cosenos directores con el plano  $x'y'$ , determinando la matriz de rotación:

$$\overset{=}{R} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \cos(90^\circ + \alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{bmatrix} \Rightarrow \overset{=}{R} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (14)$$

Aplicando la relación, entre los diferentes planos, es decir, el plano  $xy$  con respecto al plano  $x'y'$ :

$$\overset{=}{\sigma} = \overset{=}{R} \cdot \overset{=}{\sigma} \cdot \overset{=}{R}^T \quad (15)$$

Donde:

$\overset{=}{\sigma}$  = Matriz de esfuerzo en el plano  $x'y'$

$\overset{=}{\sigma}$  = Matriz de esfuerzo en el plano  $x$  y

$R$  = Matriz de rotación

$R^T$  = Matriz transpuesta de rotación.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x'} & \tau_{x'y'} \\ \tau_{y'x'} & \sigma_{y'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (16)$$

Es estas condiciones,  $\sigma_{x'y'} = \sigma_3$ ;  $\sigma_{yy'} = \sigma_1$ , y  $\tau_{y'x'} = \tau_{xy}$ ,  $\tau_{x'y'} = \tau_{yx}$ . Por lo tanto:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 \\ 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (17)$$

Determina el esfuerzo  $\sigma_{xx}$  que es la presión lateral en el momento de la falla:

$$0 = [\cos \alpha - \operatorname{sen} \alpha] \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \tau_{12} \\ \tau_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \operatorname{sen} \alpha \\ \operatorname{cos} \alpha \end{bmatrix} \implies \sigma_{11} = 2.68 \text{ Kg/cm}^2 \quad (18)$$

Determinando el esfuerzo  $\sigma_3$ :

$$\sigma_{33} = [\cos \alpha - \operatorname{sen} \alpha] \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \tau_{12} \\ \tau_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \operatorname{cos} \alpha \\ -\operatorname{sen} \alpha \end{bmatrix} \implies \sigma_{33} = 0.37 \text{ Kg/cm}^2 \quad (20)$$

Determinando el esfuerzo  $\sigma_1$ :

$$\sigma_1 = [\cos \alpha \operatorname{sen} \alpha] \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \tau_{12} \\ \tau_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \alpha \\ \operatorname{sen} \alpha \end{bmatrix} \implies \sigma_1 = 3.30 \text{ Kg/cm}^2 \quad (22)$$

## CONCLUSIONES.

A través de la metodología de rotación de ejes llevada a cabo en el presente trabajo, se obtiene la magnitud y la dirección de los esfuerzos principales aproximada, utilizando como base los resultados obtenidos por el ensayo de corte. Por otra parte, al comparar el método de rotación de ejes con el método analítico de Mohr-Coulomb se observó que prácticamente se obtienen los mismos resultado con un error despreciable. La técnica de rotación de ejes es un método fácil de manejar y nos da una herramienta práctica en problemas sencillos siendo fácilmente aplicable en soluciones de la geomecánica.

## Agradecimientos

El presente artículo es una aplicación de los resultados obtenidos en guías de ensayos del profesor Ucar Roberto, Isidro Castielte del laboratorio de Mecánica de Suelos, ULA, Mérida.

## BIBLIOGRAFÍA.

- [1] Apostol, Tom. Matemática básica para ingenieros. Editorial reversté S.A. Volumen 1. Barcelona. 575 pp. 1965.
- [2] Edelbro, Catrin. Evaluation of rock mass strength criteria. Licentiate thesis, Lulea University of technology. Department of civil an environmental engineering. 91pp, 2004.
- [3] Ucar, Roberto. Determination of shear failure envelope in rock masses. Journal of Geotechnical Engineering (ASCE) 112, pp. 303-315, 1986.
- [4] Goncalves, R. Introducción al análisis de esfuerzo, Universidad Simón Bolívar Caracas Venezuela. Industria Gráfica integral C.A. p. 1-93, 1999.
- [5] Ucar, Roberto. Manual de Anclajes en Ingeniería Civil. Universidad Politécnica de Madrid, España. p. 53 - 275, 2004.
- [6] Tejerizo, M. Ampliación de Matemáticas para Técnicos. Editorial S.A.E.T.A. Madrid. pp 770, 1965.

## SEGURIDAD GEOLOGICA DEL PUENTE LA BLANCA UTILIZANDO EL METODO DE ELEMENTOS FINITOS

Dilcar J. Paredes  
María E. Elberg

joa.pm@hotmail.com  
mariae@ula.ve

Grupo de Investigación en Geología Aplicada  
Universidad de Los Andes, Facultad de Ingeniería, Escuela de Ingeniería Geológica,  
Departamento de Geomecánica, Núcleo La Hechicera, Edificio de Ingeniería, Alfa Oeste, Nivel II,  
Mérida, Venezuela.

**Resumen.** Esta investigación tiene como objetivo realizar un análisis de seguridad geológica del sector ubicado en el Puente La Blanca. El río Grijalva, Mérida, a través de simulación por el Método de Elementos Finitos [1]. La metodología que se sigue en este trabajo inicia con una investigación documental y un estudio fotogeológico, posteriormente la toma de muestras, las cuales se someten a ensayos para obtener las propiedades geomecánicas de las rocas y en base a esto realizar las simulaciones pertinentes, utilizando el paquete computacional ABRAQUIS®. Por último se realizó una sectorización del área de estudio, con el fin de discriminar los subsectores en base a su seguridad geológica. Las geometrías utilizadas en los modelos son generadas en campo y las características de los materiales se obtienen de análisis de laboratorio para ser utilizadas en la simulación con el programa ABRAQUIS®. Una vez simuladas las condiciones a las que está sometido el área de estudio, se obtuvieron respuestas en función de esfuerzos, desplazamientos y deformaciones, llegando a determinar que la zona donde se ubica el Puente La Blanca presenta niveles de seguridad geológica intermedios y la presencia del río Chama afecta grandemente la zona con consecuencias de socavación de pilares y desgaste. Posteriormente se plantearon conclusiones referidas a la influencia del medio geológico sobre la seguridad del sector en estudio.

**Palabras clave:** Seguridad Geológica, Simulación, Método de Elementos Finitos.