CÁLCULO 40

ECUACIONES DIFERENCIALES

ECUACIONES DIFERENCIALES DE 1er ORDEN

A. ECUACIONES DEFERENCIALES DE VARIABLES SEPARADAS

Resolver las siguientes Ecuaciones Diferenciales:

1. $\frac{dx}{dy} = \frac{x^2 y^2}{1+x}$ **Rpta:** $-3 + 3x\text{Ln}|x| = xy^3 + cx$

2. $\frac{dy}{dx} = e^{3x+2y}$ **Rpta:** $-3e^{-2y} = 2e^{3x} + c$

3. $(4y + yx^2)dy - (2x + xy^2)dx = 0$ **Rpta:** $2 + y^2 = c(4 + x^2)$

4. $2y(x + 1)dy = xdx$ **Rpta:** $y^2 = x - \text{Ln}|x+1| + c$

5. $y\text{Ln}x \,.\, x' = \left(\frac{y+1}{x}\right)^2$ **Rpta:** $\frac{x^3}{3}\text{Ln}|x| - \frac{1}{9}x^3 = \frac{y^2}{2} + 2y + \text{Ln}|y| + c$

6. $\frac{dy}{dx} = \frac{xy + 3x - y - 3}{xy - 8 - 2x + 4y}$ **Rpta:** $y - 5\text{Ln}|y+3| = x - 5\text{Ln}|x+4| + c$

7. $\text{Sec}^2(x)dy + \text{Cosc}(y)dx = 0$ **Rpta:** $4\text{Cos}(y) = 2x + \text{Sen}(2x) + c$

8. $e^y\text{Sen}(2x)dx + \text{Cosc}(x) \,.\, (e^{2y} - y)dy = 0$ **Rpta:** $-2\text{Cos}(x) + e^y + ye^{-y} + e^{-y} = c$

9. $(e^y + 1)^2 e^{-y}dx + (e^x + 1)^3 e^{-x}dy = 0$ **Rpta:** $(e^x + 1)^{-2} + 2(e^y + 1)^{-1} = c$

10. $(y - yx^2)y' = (y + 1)^2$ **Rpta:** $(y + 1)^{-1} + \text{Ln}|y+1| = \frac{1}{2}\text{Ln}\left|\frac{x+1}{x-1}\right| + c$

11. $y' = \text{Sen}(x).(\text{Cos}(2y) - \text{Cos}^2(y))$ **Rpta:** $-\text{Cotg}(y) = \text{Cosc}(x) + c$

12. $x\sqrt{1-y^2}\,dx = dy$ **Rpta:** $y = \text{Sen}\left(\frac{x^2}{2} + c\right)$

13. $(e^x + e^{-x})y' = y^2$ — **Rpta:** $-y^{-1} = Arctg(e^x) + c$

14. $xy + y^2\dfrac{dy}{dx} = 6x$ — **Rpta:** $x^2 + y^2 + 12x + 72Ln(6 - y) = c$

15. $(xy + x)dx = (x^2y^2 + x^2 + y^2 + 1)dy$ — **Rpta:** $x^2 + 1 = c(y + 1)^4 . e^{y^2-2y}$

16. $yLn(x).Ln(y).dx + dy = 0$ — **Rpta:** $Ln(Ln(y)) + xLn(x) - x = c$

17. $Tg(x)Sen^2(y)dx + Cos^2(x).Cotg(y).dy = 0$ — **Rpta:** $Cotg^2(y) = Tg^2(x) + c$

18. $3e^x. Tg(y).dx + (1 - e^x).Sec^2(y)dy = 0$ — **Rpta:** $Tg(y) = c(1 - e^x)^3$

19. $xSen(x).e^{-y}dx - ydy = 0$ — **Rpta:** $-xCos(x) + Sen(x)=ye^y - e^y + c$

20. $Sec(y).\dfrac{dy}{dx} + Sen(x - y) = Sen(x + y)$ — **Rpta:** $Ln\left|Cosc(2y) - Cotg(2y)\right| = 2Sen(x) + c$

21. $y.\sqrt{2x^2+3}.dy - x.\sqrt{4-y^2}\,dx = 0$ — **Rpta:** $\sqrt{2x^2+3} - 2\sqrt{4-y^2} = c$

22. $x.Tg(y) = y'Sec(x) = 0$ — **Rpta:** $Cos(x) + xSen(x) - Ln\left|Sen(y)\right| = c$

23. $(1 + Ln(x))dx + (1 + Ln(y))dy = 0$ — **Rpta:** $xLn(x) + yLn(y) = c$

24. $e^y(1 + x^2)dy - 2x(1 + e^y)dx = 0$ — **Rpta:** $1 + e^y = c(1 + x^2)$

25. $(x + \sqrt{x})y' = y + \sqrt{y}$ — **Rpta:** $\sqrt{y} + 1 = c(\sqrt{x} + 1)$

26. $(1 + x^2 + y^2 + x^2y^2)dy = y^2dx$ — **Rpta:** $\dfrac{-1}{y} + y = Arctg(x) + c$

27. $\dfrac{2dy}{dx} - \dfrac{1}{y} = \dfrac{2x}{y}$ — **Rpta:** $y^2 = x + x^2 + c$

28. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{xy + 2y - x - 2}{xy - 3y + x - 3}$ — **Rpta:**

29. $Sen(3x)dx + 2yCos^3(3x).dy = 0$ — **Rpta:**

30. $e^x.y.\dfrac{dy}{dx} = e^{-y} + e^{-2x-y}$ — **Rpta:** $e^y(y - 1) = e^{-x} - \dfrac{-1}{3}e^{-3x} + c$

31. $\dfrac{y}{x}.\dfrac{dy}{dx} = \left(1 + x^2\right)^{\frac{-1}{2}}\left(1 + y^2\right)^{\frac{1}{2}}$ — **Rpta:**

32. $y(x^3dy + y^3dx) = x^3dy$ **Rpta:** $3x^2y - 2x^2 + 3y^3 = c(x^2y^3)$

Resuelva la ecuación diferencial, sujeta a la condición inicial respectiva:

33. $(e^{-y} + 1)Sen(x)dx = (1 + Cos(x))dy$;$Y(0) = 0$ **Rpta:** $(1 + Cos(x))(1 + e^y) = 4$

34. $\frac{dx}{dy} = 4(x^2 + 1)$;$X(\pi/4) = 1$ **Rpta:** $x = tg(4y - 3(\pi/4))$

35. $x^2y' = y - xy$;$Y(-1) = -1$ **Rpta:** $xy = e^{-(1 + 1/x)}$

36. $ydy = 4x(y^2 + 1)^{1/2}dx$;$Y(0) = 1$ **Rpta:** $\sqrt{y^2 + 1} = 2x^2 + \sqrt{2}$

37. $(1 + x^4)dy + x(1 + 4y^2)dx = 0$;$Y(1) = 0$ **Rpta:**

38. $y'Sen(x) = yLn(y)$;$Y(\pi/2) = e$ **Rpta:** $y = e^{Tg(\pi/2)}$

39. $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 - 1}{x^2 - 1}$;$Y(2) = 2$ **Rpta:**

40. $Cos(y)dx + (1 + e^{-x})Sen(y)dy = 0$;$x = 0; y = \pi/4$ **Rpta:** $(1 + e^x)Sec(y) = 2\sqrt{2}$

B. ECUACIONES REDUCIBLES A VARIABLES SEPARADAS:

Es de la forma: $\frac{dy}{dx} = f(ax + by + c) + k$

1. $y' = (x + y + 1)^2$ **Rpta:** $y = -x - 1 + Tg(x + c)$
2. $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{Ln(2x + y + 3)} - 2$ **Rpta:** $(2x + y + 3).Ln(2x + y + 3) = x + c$
3. $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x + y + 1}$ **Rpta:** $x + y + 2 = ce^y$
4. $y' = e^{x + y - 1} - 1$ **Rpta:** $x + e^{1 - x - y} = c$
5. $\frac{dy}{dx} = 2 + \sqrt{y - 2x + 3}$ **Rpta:** $4(y - 2x + 3) = (x + c)^2$
6. $y' = Tg(x + y)$ **Rpta:** $x - y - Ln[Sen(x + y) + Cos(x - y)] = c$

7. $y' = (8x + 2y + 1)^2$ Rpta: $8x + 2y + 1 = 2Tg(4x + c)$

8. $y' = (x - y + 1)^2$ Rpta: $x - y + 2 = c(y - x)e^{2x}$

9. $y' = Sen(x + y)$ Rpta: $Tg(x + y) - Sec(x + y) = x + c$

10. $y' = Tg^2(x + y)$ Rpta: $2y - 2x + Sen2(x + y) = c$

11. $\frac{dy}{dx} = \frac{1 - x - y}{x + y}$ Rpta:

12. $y' = 1 + e^{y - x + 5}$ Rpta:

13. $y' = (x + y)^2$ Rpta: $x + y = Tg(x + c)$

14. $(x - y)^2 y' = (x - y + 1)^2$ Rpta:

<u>Otras Sustituciones</u>

15. $y(1 + 2xy)dx + x(1 - 2xy)dy = 0$;hacer $u = 2xy$ Rpta: $x = 2cy\, e^{1/(2xy)}$

16. $x\frac{dy}{dx} - y = \frac{x^3}{y} e^{\frac{y}{x}}$;hacer $u = \frac{y}{x}$ Rpta: $y + x = x(c - x)e^{y/x}$

17. $(y + xy^2)dx + (x - x^2y)dy = 0$;hacer $u = xy$ Rpta:

18. $2\frac{dy}{dx} = \frac{y + 4\sqrt{x}}{x + 2y\sqrt{x}}$;hacer $u = \sqrt{x}$ Rpta:

19. $y(xy + 1)dx + x(1 + xy + x^2y^2)dy = 0$;hacer $u = xy$ Rpta: $2x^2y^2Ln(y) - 2xy - 1 = cx^2y^2$

20. $(1 - xy + x^2y^2)dx + (x^3y - x^2)dy = 0$;hacer $u = xy$ Rpta: $Ln(x) = xy - \frac{1}{2}(x^2y^2) + c$

21. $(2 + 2x^2y^{1/2})ydx + (x^2y^{1/2} + 2)xdy$;hacer $u = x^2y^{1/2}$ Rpta: $1 = cxy(x^2y^{1/2} + 3)$

22. $(1 + x^2y^2)y + (xy - 1)^2x.y' = 0$;hacer $u = xy$ Rpta: $cy^2 = e^{xy - 1/(xy)}$

23. $(y - xy^2)dx - (x + x^2y)dy = 0$;hacer $u = xy$ Rpta: $x = cye^{xy}$

C. ECUACIONES DIFERENCIALES HOMOGÉNEAS:

Si una ecuación diferencial de la forma: P(x, y) + Q(x, y)dy = 0

Tiene la propiedad $\begin{cases} P(\lambda x, \lambda y) = \lambda^n P(x, y) \\ Q(\lambda x, \lambda y) = \lambda^n Q(x, y) \end{cases}$

Se dice que es "Homogénea de grado n"

Resolver las siguientes Ecuaciones Diferenciales:

1. $(x^2 + y^2)dx + (x^2 - xy)dy = 0$ — **Rpta:** $c(x + y)^2 = xe^{y/x}$
2. $(2\sqrt{xy} - y)dx - xdy = 0$ — **Rpta:** $\sqrt{xy} - x = c$
3. $2x^3ydx + (x^4 + y^4)dy = 0$ — **Rpta:** $3x^4y^2 + y^6 = c$
4. $xdy - ydx = \sqrt{x^2 + y^2}\,dx$ — **Rpta:** $y + \sqrt{x^2 + y^2} = cx^2$
5. $-ydx + (x + \sqrt{xy})dy = 0$ — **Rpta:** $Ln|y| = 2\sqrt{x/y} + c$
6. $(x^2 - y^2)y' = xy$ — **Rpta:** $x^2 = -2y^2 Ln|cy|$
7. $xCos(y/x).dy/dx = yCos(y/x) - x$ — **Rpta:** $x = e^{-Sen(y/x)}$
8. $y\dfrac{dx}{dy} = x + 4ye^{-2x/y}$ — **Rpta:** $e^{2x/y} = 8Ln|y| + c$
9. $(yCos(y/x) + xSen(y/x))dx = xCos(y/x)dy$ — **Rpta:** $x = cSen(y/x)$
10. $y' = \dfrac{(-x + \sqrt{x^2 + y^2})}{y}$ — **Rpta:** $y^2 = 2cx + c^2$
11. $(y + xCotg(y/x))dx - xdy = 0$ — **Rpta:** $xCos(y/x) = c$
12. $(x^2 + xy - y^2)dx + xydy = 0$ — **Rpta:** $y + x = cx^2e^{y/x}$
13. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{x} + \dfrac{x}{y}$ — **Rpta:** $\left(\dfrac{y}{x}\right)^2 = 2Ln(x) + c$
14. $(x + \sqrt{xy})\dfrac{dy}{dx} + x - y = x^{-1/2}.y^{3/2}$;Y(1) = 1 — **Rpta:** $3x^{3/2}Ln|x| + 3x^{1/2}.y + 2y^{3/2} = 5x^{3/2}$
15. $(\sqrt{x^2 - y^2} - yArcsen(y/x))dx + Arcsen(y/x)dy = 0$ — **Rpta:** $Ln|x| + ½(Arcsen(y/x))^2 = c$

16. $y' = e^{y/x} + y/x$ **Rpta:** $y = -x\,Ln\left[Ln\left|c/x\right|\right]$

17. $xy' = y(Ln(y) - Ln(x))$ **Rpta:** $Ln\left|\frac{y}{x}\right| = 1 + cx$

18. $(y^2 + yx)dx - x^2dy = 0$ **Rpta:** $x + yLn\left|x\right| = cy$

19. $(2xTg(y/x) + y)dx = xdy$ **Rpta:** $x^2 = cSen(y/x)$

20. $(ySen(y/x) + xCos(y/x))dx - xSen(y/x)dy = 0$ **Rpta:** $xCos(y/x) = c$

21. $xCos(y/x)(ydx + xdy) = ySen(y/x)(xdy - ydx)$ **Rpta:** $xyCos(y/x) = c$

22. $(x(x^2 + y^2))dy = y(x^2 + y\sqrt{x^2 + y^2} + y^2)dx$ **Rpta:** $y + \sqrt{x^2 + y^2} = cx^2 e^{\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{y}}$

23. $(x - yArctg(y/x))dx + xArctg(y/x)dy = 0$ **Rpta:** $2yArctg(y/x) = xLn\left|\frac{c^2(x^2 + y^2)}{x^4}\right|$

24. $(x - y)dx + (3x + y)dy = 0$;$Y(2) = 1$ **Rpta:** $2(x + 2y) + (x + y)Ln(x + y) = 0$

25. $\frac{dy}{dx} = \frac{xy}{x^2 - xy + y^2}$ **Rpta:** $(x - y)e^{x/y} = c$

26. $x\frac{dy}{dx} - y = \sqrt{x^2 + y^2}$ **Rpta:**

27. $(x^4 + y^4)dx - 2x^3ydy = 0$ **Rpta:**

28. $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{x^2}{y^2} + 1$ **Rpta:** $\frac{y}{x} - Arctg(y/x) = Ln(x) + c$

29. $(x^2e^{-y/x} + y^2)dx = xydy$ **Rpta:**

30. $(x^2 + xy + 3y^2)dx - (x^2 + 2xy)dy = 0$ **Rpta:**

31. $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}Ln\left(\frac{y}{x}\right)$ **Rpta:** $Ln\left(\frac{y}{x}\right) = 1 + cx$

32. $xdx + (y - 2x)dy = 0$ **Rpta:** $(x - y)Ln\left|x - y\right| = y + c(x - y)$

33. $3x^2y' = 2x^2 + y^2$ **Rpta:** $(y - 2x)^3 = cx(y - x)^3$

34. $y' = e^{y/x} + y/x + 1$ **Rpta:** $e^{y/x} = cx(e^{y/x} + 1)$

35. $[2x\text{Senh}(y/x) + 3y\text{Cosh}(y/x)]dx - 3x\text{Cosh}(y/x)dy = 0$ **Rpta:**

36. $2\frac{dy}{dx} = -\frac{y + 4\sqrt{x}}{x - 2y\sqrt{x}}$;hacer $u = \sqrt{x}$ **Rpta:** $2x + y\sqrt{x} - y^2 = c$

Resuelva la ecuación diferencial dada, sujeta a la condición inicial que se indica:

37. $xy^2\frac{dy}{dx} = y^3 - x^3$;$Y(1) = 2$ **Rpta:** $y^3 + 3x^3\text{Ln}|x| = 8x^2$

38. $2x^2y' = 3xy + y^2$;$Y(1) = -2$ **Rpta:** $y^2 = 4x(x + y)^2$

39. $(x + ye^{y/x})dx - xe^{y/x}dy = 0$;$Y(1) = 0$ **Rpta:** $\text{Ln}|x| = e^{y/x} - 1$

40. $(y^2 + 3xy)dx = (4x^2 + xy)dy$;$Y(1) = 1$ **Rpta:**$4x.\text{Ln}\left|\frac{y}{x}\right| + x\text{Ln}|x| + y - x = 0$

41. $y^2dx + (x^2 + xy + y^2)dy = 0$;$Y(0) = 1$ **Rpta**$(x + y)\text{Ln}|y| + x = 0$

42. $(x + \sqrt{y^2 - xy})y' = y$;$Y(1/2) = 1$ **Rpta:** $\text{Ln}|y| = -2(1 - x/y)^{1/2} + \sqrt{2}$

43. $xydx - x^2dy = y\sqrt{x^2 + y^2}\,dy$;$Y(0) = 1$ **Rpta:**

44. $ydx + (y.\text{Cos}(x/y) - x)dy = 0$;$X(2) = 0$ **Rpta:**

45. $ydx + x(\text{Ln}(x) - \text{Ln}(y) - 1)dy = 0$;$Y(1) = e$ **Rpta:**

46. $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2dx = xdy$;$Y(1) = 0$ **Rpta:**

47. $\frac{dy}{dx} - \frac{y}{x} = \text{Cosh}\left(\frac{y}{x}\right)$;$Y(1) = 0$ **Rpta:**

48. $y^3dx = 2x^3dy - 2x^2ydx$;$Y(1) = \sqrt{2}$ **Rpta:**

D. ECUACIONES DIFERENCIALES REDUCIBLES A HOMOGÉNEAS:

Una ecuación diferencial de la forma:

$$\frac{dy}{dx} = F\left(\frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_2 + b_2 + c_2}\right)$$

Siempre puede ser reducida a una ecuación homogénea ó a una ecuación diferencial de variables separadas.

Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales:

1. $(x + y - 1)dy = (x - y - 3)dx$ — **Rpta:** $(y + 1)^2 + (y + 1)(x - 2) - (x - 2)^2 = c$

2. $(x - y - 1)dy - (x + y - 3)dx = 0$ — **Rpta:** $c\sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2} = e^{Arctg\left(\frac{y-1}{x-2}\right)}$

3. $(1 + x + y)y' = 1 - 3x - 3y$ — **Rpta:** $3x + y + 2Ln|x + y - 1| = c$

4. $(y - 2)dx - (x - y - 1)dy = 0$ — **Rpta:** $x - 3 = (2 - y).Ln|c(y - 2)|$

5. $(2x - y + 4)dy + (x - 2y + 5)dx = 0$ — **Rpta:** $(x + y - 1)^3 = c(x - y + 3)$

6. $(x - y + 1)dy - (x + y - 1)dx = 0$ — **Rpta:** $Arctg\left(\frac{y-1}{x}\right) = \frac{1}{2}Ln|x^2 - (y-1)^2|$

7. $(3x + 5y + 6)dy = (7y + x + 2)dx$ — **Rpta:** $(y - x - 2)^4 = c(5y + x + 2)$

8. $(2x + 4y + 3)dy = (2y + x + 1)dx$ — **Rpta:** $4x + 8y + 5 = ce^{4x - 8y}$

9. $(2x - y + 2)dx + (4x - 2y - 1)dy = 0$ — **Rpta:** $2x - y = ce^{-x - 2y}$

10. $(x + 3y - 5)dy = (x - y - 1)dx$ — **Rpta:** $(x - 3y + 1)(x + y - 3) = c$

11. $(6x + 4y - 8)dx + (x + y - 1)dy = 0$ — **Rpta:** $(y + 3x - 5)^2 = c(y + 2x - 3)$

12. $(2x - y - 1)dx - (y - 1)dy = 0$ — **Rpta:** $(x - y)(2x + y - 3)^2 = c$

13. $(2x + 3y)dx + (y + 2)dy = 0$ — **Rpta:** $(2x + y - 4)^2 = c(x + y - 1)$

14. $\frac{dy}{dx} = \frac{x + y - 6}{x - y}$ — **Rpta:**

15. $(2x - y)dx + (4x + y - 6)dy = 0$ — **Rpta:** $(x + y - 3)^3 = c(2x + y - 4)^2$

16. $(2x - 2y)dx + (y - x + 1)dy = 0$ — **Rpta:** $2x - y - 2Ln(x - 4 + 1) = 0+$

17. $(2x - y)dx + (4x - 2y + 1)dy = 0$ — **Rpta:**

18. $(x + 2y - 1)dx - (2x + y - 5)dy = 0$ — **Rpta:** $(x - y - 4)^2 = c(x + y + 2)$

19. $\frac{dy}{dx} = \frac{x + y - 3}{3x + 3y - 5}$ — **Rpta:** $c = (x + y - 2)e^{(3y - x)}$

20. $(-4x + 3y - 7)dx - (x + 1)dy = 0$ **Rpta:**

21. $(4y + 2x - 5)dx - (6y + 4x - 1)dy = 0$ **Rpta:**

22. $(2x + y + 7)dx + (x - 3y)dy = 0$ **Rpta:** $3(y + 1)^2 - 2(y + 1)(x + 3) - 2(x + 3)^2 = c$

23. $(3x + 2)dx - (9x + 3y - 3)dy = 0$ **Rpta:**

E. <u>ECUACIONES DIFERENCIALES EXACTAS:</u>

Una ecuación diferencial de la forma:

$$P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$$

Se dice que es EXACTA, si y solo sí:

$$\boxed{\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}}$$

E.1 Compruebe que las siguientes ecuaciones diferenciales son EXACTAS y resuelva.

1. $(e^y + ye^x)dx + (e^x + xe^y)dy = 0$ **Rpta:** $xe^y + ye^x = c$

2. $(Cos(x)Sen(x) - xy^2)dx + y(1 - x^2)dy = 0$ **Rpta:** $y^2(1 - x^2) - Cos^2(x) = c$

3. $(e^{2y} - yCos(xy))dx + (2xe^{2y} - xCos(xy) + 2y)dy = 0$ **Rpta:** $xe^{2y} - Sen(xy) + y^2 + c = 0$

4. $(2y^2x - 3)dx + (2yx^2 + 4)dy = 0$ **Rpta:** $x^2y^2 - 3x + 4y = c$

5. $(y^3 - y^2Sen(x) - x)dx + (3xy^2 + 2yCos(x))dy = 0$ **Rpta:** $xy^3 + y^2Cos(x) - 1/2x^2 = c$

6. $xy' = 2xe^x - y + 6x^2$ **Rpta:** $xy - 2xe^x + 2e^x - 2x^3 = c$

7. $\left(1 - \frac{3}{x} + y\right)dx + \left(1 - \frac{3}{y} + x\right)dy = 0$ **Rpta:** $x + y + xy - 3Ln(xy) = c$

8. $\left(x^2y^3 - \frac{1}{1 + 9x^2}\right)\frac{dx}{dy} + x^3y^3 = 0$ **Rpta:** $x^3y^3 - Arctg(3x) = c$

9. $(Tg(x) - Sen(x)Sen(y))dx + Cos(x)Cos(y)dy = 0$ **Rpta:** $-Ln\left|Cos(x)\right| + Cos(x)Sen(y) = c$

10. $(1 - 2x^2 - 2y)y' = 4x^3 + 4xy$ **Rpta:** $y - 2x^2y - y^2 - x^4 = c$

11. $(4x^3y - 15x^2 - y)dx + (x^4 + 3y^2 - x)dy = 0$ Rpta: $x^4y - 5x^3 - xy + y^3 = c$

12. $\frac{2x}{y^3}dx + \frac{y^2 - 3x^2}{y^4}dy = 0$ Rpta: $\frac{x^2}{y^3} - \frac{1}{y} = c$

13. $2xydx + x^2dy = Cos(x)dx + dy$ Rpta: $c = yx^2 - Sen(x) - y$

14. $(2xTg(y) + Sen(2y))dx + (x^2Sec^2(y) + 2xCos(2y) - e^y)dy = 0$
Rpta: $x^2Tg(y) + xSen(2y) - e^y = c$

15. $(3x^2 + 2xy^2)dx + (3y^2 + 2x^2y)dy = 0$ Rpta: $x^3 + x^2y^2 + y^3 = c$

16. $(Cos(2y) - 3x^2y^2)dx + (Cos(2y) - 2xSen(2y) - 2x^3y)dy = 0$
Rpta: $2xCos(2y) - 2x^3y^2 + Sen(2y) = c$

17. $(2xy - Tg(y))dx + (x^2 - xSec^2(y))dy = 0$ Rpta: $x^2y - xTg(y) = c$

18. $(y/x - Ln(y))dx + (Ln(x) - x/y)dy = 0$ Rpta: $yLn(x) - xLn(y) = c$

19. $\left(\frac{y}{1+x^2} + Arctg(y)\right)dx + \left(\frac{x}{1+y^2} + Arctg(x)\right)dy = 0$ Rpta: $xArctg(y) + yArctg(x) = c$

20. $xdx + ydy = \frac{ydx - xdy}{x^2 + y^2}$ Rpta: $x^2 + y^2 - 2Arctg(x/y) = c$

21. $\left[\frac{y^2}{(x-y)^2} - \frac{1}{x}\right]dx + \left[\frac{1}{y} - \frac{x^2}{(x-y)^2}\right]dy = 0$ Rpta: $Ln\frac{y}{x} - \frac{xy}{x-y} = c$

22. $(x^3 + e^xSen(y) + y^3)dx + (3xy^2 + e^xCos(y) + y^3)dy = 0$
Rpta: $\frac{(x^4 + y^4)}{4} + xy^3 + e^xSen(y) = c$

23. $(ySen(x) - Sen(y))dx - (xCos(y) + Cos(x))dy = 0$ Rpta: $xSen(y) + yCos(x) = c$

24. $(x^3 - 3xy^2 + 2)dx - (3x^2y - y^2)dy = 0$ Rpta: $\frac{x^4}{4} - \frac{3}{2}x^2y^2 + 2x + \frac{y^3}{3} = c$

25. $\left(\frac{1}{x^2} + \frac{3y^2}{x^4}\right)dx = \frac{2y}{x^3}dy$ Rpta: $x^2 + y^2 = cx^3$

26. $\left[Ln(Ln(x-y)) + \frac{1}{Ln(x-y)} * \frac{x}{(x-y)}\right]dx - \left[\frac{1}{Ln(x-y)} * \frac{x}{x-y}\right]dy = 0$

Rpta: $x\text{Ln}(\text{Ln}(x-y)) = c$

27. $\dfrac{xdx + (2x + y)dy}{(x + y)^2} = 0$ Rpta: $\text{Ln}(x + y) - \dfrac{x}{x + y} = c$

28. $\dfrac{x^2dy - y^2dx}{(x - y)^2} = 0$ Rpta: $\dfrac{xy}{x - y} = c$

29. $(\text{Sen}(y) - y\text{Sen}(x))dx + (\text{Cos}(x) + x\text{Cos}(y) - y)dy = 0$ Rpta:

30. $\left(2y - \dfrac{1}{x} - \text{Cos}(3x)\right)\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{y}{x^2} - 4x^3 + 3y\text{Sen}(3x) = 0$ Rpta:

31. $(1 + \text{Ln}(x) + y/x)dx = (1 - \text{Ln}(x))dy$ Rpta:

32. $(3x^2y + e^y)dx + (x^3 + xe^y - 2y)dy = 0$ Rpta:

33. $\left(\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2} - \dfrac{y}{x^2 + y^2}\right)dx + \left(ye^y + \dfrac{x}{x^2 + y^2}\right)dy = 0$

Rpta: $k = \text{Ln}(x) - 1/x + ye^y - c^y + \text{Arctg}(y/x) - \text{Arctg}(x/y)$

E.2 Resuelva la ecuación Diferencial dada sujeta a la condición inicial que se indica.

1. $(x + y)^2dx + (2xy + x^2 - 1)dy = 0$;$Y(1) = 1$ Rpta: $1/3(x^3) + x^2y + xy^2 - y = 4/3$

2. $(4y + 2x - 5)dx + (6y + 4x - 1)dy = 0$;$Y(-1) = 2$ Rpta: $4xy + x^2 - 5x + 3y^2 - y = 8$

3. $(y^2\text{Cos}(x) - 3x^2y - 2x)dx + (2y\text{Sen}(x) - x^3 + \text{Ln}(y))dy = 0$;$Y(0) = e$
Rpta: $y^2\text{Sen}(x) - x^3y - x^2 + y\text{Ln}(y) - y = 0$

4. $(e^x + y)dx + (2 + x + ye^y)dy = 0$;$Y(0) = 1$ Rpta:

5. $\left(\dfrac{1}{1 + y^2} + \text{Cos}(x) - 2xy\right)\dfrac{dy}{dx} = y(y + \text{Sen}(x))$;$Y(0) = 1$ Rpta:

E.3 Hallar el valor de "K" de modo que la ecuación diferencial sea EXACTA

1. $(y^3 + kxy^4 - 2x)dx + (3xy^2 + 20x^2y^3)dy = 0$ Rpta: $k = 10$

2. $(2xy^2 + ye^x)dx + (2x^2y + ke^x - 1)dy = 0$ Rpta: $k = 1$

3. $(2x - y\text{Sen}(xy) + ky^4)dx - (20xy^3 + x\text{Sen}(xy))dy = 0$ Rpta: k =

4. $(6xy^3 + \text{Cos}(y))dx + (kx^2y^2 - x\text{Sen}(y))dy = 0$ Rpta: k =

E.4

1. **Obtenga una función M(x, y) de modo que la ecuación diferencial sea exacta**

$M(x, y)dx + (xe^{xy} + 2xy + 1/x)dy = 0$ **Rpta:** $M(x, y) = ye^{xy} + y^2 - (y/x^2) + h(x)$

2. **Determine una función Q(x, y) de modo que la ecuación diferencial sea exacta:**

$\left(y^{\frac{1}{2}}x^{\frac{-1}{2}} + \frac{x}{x^2 + y}\right)dx + Q(x, y)dy = 0$ **Rpta:** $Q(x, y) =$

F. FACTOR INTEGRANTE:

1. **Factor Integrante que depende de "X":**

$$\mu_{(x)} = e^{\int \frac{\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x}}{Q} dx}$$

2. **Factor Integrante que depende de "Y":**

$$\mu_{(x)} = e^{-\int \frac{\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x}}{P} dy}$$

3. **Factor Integrante que depende de "XY":**

$\mu = f_{(x, y)} = f_{(z)}$; **Donde** $z = xy$

$$\mu_{(x)} = f_{(z)} = e^{-\int \frac{\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x}}{xP - yQ} dz}$$

4. **Factor Integrante que depende de "XY": ,(Otra forma)**

$$f_{(x, y)} = \mu_{(x)} . \eta_{(y)}$$

Resolvemos por tanteo:

$$\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x} = m(x)Q - n(y)P$$

Donde: $\mu_{(x)} = e^{\int m(x)dx}$; $\eta_{(y)} = e^{\int n(y)dy}$

Ejercicios:

Resolver las siguientes ecuaciones Diferenciales:

1. $(x + y)dx + xLn(x)dy = 0$ **Rpta:** $x + yLn(x) + c = 0$

2. $y(Ln(x) - Ln(y))dx = (xLn(x) - y - xLn(y))dy$ **Rpta:** $xLn(x) - x - xLn(y) + yLn(y) = cy$

3. $y^2Cos(x)dx + (4 + 5ySen(x))dy = 0$ **Rpta:** $c = y^5(1 + Sen(x))$

4. $2xe^{2y}\frac{dy}{dx} = 3x^4 + e^{2y}$ **Rpta:** $c = x^3 - \frac{e^{2y}}{x}$

5. $6xydx + (4y + 9x^2)dy = 0$ **Rpta:** $3x^2y^3 + y^4 = c$

6. $y(x + y + 1)dx + (x + 2y)dy = 0$ **Rpta:** $yxe^x + y^2e^x = c$

7. $(x - y + 1)dx - dy = 0$ **Rpta:** $e^x(x - y) = c$
8. $(y + Cos(x))dx + (x + xy + Sen(x))dy = 0$ **Rpta:** $(xy + Sen(x))e^y = c$

9. $(2y^2 + 3x)dx + 2xydy = 0$ **Rpta:** $x^2y^2 + x^3 = c$

10. $(y + xy^2)dx - xdy = 0$ **Rpta:** $\frac{x}{y} + \frac{x^2}{2} = c$

11. $(2xy + x^2y + y^3/3)dx + (x^2 + y^2)dy$ **Rpta:** $ye^x(x^2 + y^2/3) = c$

12. $(2x - y^3)dx - 3y^2dy = 0$ **Rpta:** $c = x^2 - y^3x$

13. $2ydx + (1 - Ln(y) - 2x)dy = 0$ **Rpta:** $c = 1/y(2x + Ln(y))$

14. $(y - xy^2.Sen(xy))dx + (4x - x^2ySen(xy))dy = 0$ **Rpta:** $c = Ln(x) + 4Ln(y) + Cos(xy)$

15. $(2x^3y^{-3} - y)dx + (2x^3y^3 - x)dy = 0$ **Rpta:**

16. $(x^2 + y)dx - xdy = 0$ **Rpta:** $\frac{x^2}{2} - \frac{y}{x} = c$

17. $(xy^2 - y)dx + (x^2y + x)dy = 0$ **Rpta:** $xy + Ln(y/x) = c$

18. $(xy^3 + 1)dx + x^2y^3dy = 0$ **Rpta:** $2x^3y^3 + 3x^2 = c$

19. $xdy - ydx + (y^2 - 1)dy = 0$ **Rpta:** $y^2 - x + 1 = cy$

20. $xdy + ydx = x^2ydy$ **Rpta:** $(xy)^{-1} + Ln(y) = c$

21. $x^2y^3dx + (x^3y + y + 3)dy = 0$ **Rpta:** $\frac{(x^3y^3 + y^3)}{3} + \frac{3y^2}{2} = c$

22. $x^2dx - (x^3y^2 + 3y^2)dy = 0$ **Rpta:** $e^{-y^3}(x^3 + 3) = c$

23. $(xy^2 + x^2y^2 + 3)dx + x^3ydy = 0$ **Rpta:** $e^{2x}(x^2y^2 + 3) = c$

24. $(1/x)dx - (1 + xy^2)dy = 0$ **Rpta:** $e^y(y^2 - 2y + 2 + 1/x) = c$

25. $(x^4Cos(x) + 2y^2x)dx - 2x^2ydy = 0$ **Rpta:** $c = Sen(x) - y^2/x^2$

26. $(xCos(y) - ySen(y))dy + (xSen(y) + yCos(y))dx = 0$
Rpta: $(xSen(y) + yCos(y) - Sen(y))e^x = c$

27. $(2 - xy)ydx + (2 + xy)xdy = 0$ **Rpta:** $c = Ln\left|\frac{y}{x}\right| - \frac{2}{xy}$

28. $(y^2 + y/x)dx + (1 - xLn(y) - xy)dy = 0$ **Rpta:** $c = Ln(x/y) - \frac{1}{xy} + \frac{Ln(y)}{y} + \frac{1}{y}$

29. $(y - xy^2Sen(xy))dx + (4x - x^2ySen(xy))dy = 0$ **Rpta:** $c = Ln(x) + Cos(xy) + 4Ln(y)$

30. $(-xySen(x) + 2yCos(x))dx + 2xCos(x)dy = 0$ **Rpta:** $x^2y^2 + x^3 = c$

31. $-y^2dx + (x^2 + xy)dy = 0$ **Rpta:**

32. $(x^2y + xy^2 - y^3)dx + (y^2x + yx^2 - x^3)dy = 0$ **Rpta:**

33. $(x^2 + 2x + y)dx + (1 - x^2 - y)dy = 0$ **Rpta:** $e^{x-y}(x^2 + y) = c$

34. $(Cos(x) - Sen(x) + Sen(y)dx + (Cos(x) + Sen(y) + Cos(y))dy = 0$
Rpta: $e^{x+y}(Cos(x) + Sen(y)) = c$

35. $(x + y^2)dx - 2xydy = 0$ **Rpta:** $c = Ln(x) - y^2/x$

36. $(y/x)dx + (y^3 - Ln(x))dy = 0$ **Rpta:** $1/y.Ln(y) + ½(y^2) = c$

37. $(x^3 - 2y^3 - 3xy)dx + (3xy^2 + 3x^2)dy = 0$ **Rpta:**

38. $(x^2 + 2xy - y^2)dx + (y^2 + 2xy - x^2)dy = 0$ **Rpta:**

39. $(5x^2 + 2xy + 3y^3)dx + 3(x^2 + xy^2 + 2y^3)dy = 0$ **Rpta:** $(x^2 + y^3)(x + y)^3 = c$

40. $1/x(2x - y)dx - 3y^2dx = 0$ **Rpta:**

41. $(xy^3 + 2x^2y^2 - y^2)dx + (x^2y^2 + 2x^3y - 2x^2)dy = 0$ **Rpta:**

42. $x^4y(3ydx + 2xdy) - x(ydx - 2xdy) = 0$ **Rpta:**

G. ECUACIÓN DIFERENCIAL LINEAL DE PRIMER ORDEN:

Es de la forma: $\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} + P(x).Y = Q(x) \\ \dfrac{dx}{dy} + P(y).X = Q(y) \end{cases}$

Ejercicios:

Hallar la solución de la ecuación Diferencial dada:

1. $\left(2x\dfrac{dy}{dx} + y\right)\sqrt{1+x} = 1 + 2x$ — **Rpta:** $y = \dfrac{c}{\sqrt{x}} + \sqrt{1+x}$

2. $Cos(y)dx = (xSen(y) + Tg(y))dy$ — **Rpta:** $x = \dfrac{c}{Cos(y)} - \dfrac{1}{Cos(y)}Ln(Cos(y))$

3. $yLn(y)dx + (x - Ln(y))dy = 0$ — **Rpta:** $2xLn(y) = Ln^2(y) + c$

4. $y' + yCos(x) = e^{-Sen(x)}$ — **Rpta:** $ye^{sen(x)} = x + c$

5. $3xydx = Sen(2x)dx - dy$ — **Rpta:** $y = e^{\frac{-3x^2}{2}}\left[\int e^{\frac{-3x^2}{2}} Sen(2x)dx\right] + c$

6. $y' + 2xy + x = e^{-x^2}$ — **Rpta:** $(2y + 1)\ e^{x^2} = 2x + c$

7. $(x - Sen(y))dy + Tg(y)dx = 0 \quad ;Y(1) = \pi/2$ — **Rpta:** $8xSen(y) = 4Sen^2(y) + 3$

8. $(x^2 + 1)dy = (x^3 + xy + x)dx$ — **Rpta:** $y = x^2 + 1 + c\sqrt{x^2+1}$

9. $2xdy = (y - 3x^2Ln(x)dx$ — **Rpta:** $y = 2/3(x^2) - x^2Ln(x) + c\sqrt{x}$

10. $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2y + (2x-1)e^x}{2x+1}$ — **Rpta:** $y = e^x + c(2x + 1)$

11. $x^2\dfrac{dy}{dx} = x + 2xy - y$ — **Rpta:** $y = x + x^2 + cx^2e^{1/x}$

12. $x(Ln(x))y' - y = x^3(3Ln(x) - 1)$ — **Rpta:** $y = cLn(x) + x^3$

13. $y' = \dfrac{1}{xSen(y) + 2Sen(2y)}$ — **Rpta:** $x = 8Sen^2(y/2) + ce^{-Cos(y)}$

14. $y'Sec^2(y) + \frac{xTg(y)}{x^2+1} = x$ Rpta: $Tg(y) = \frac{x^2+1}{3} + \frac{c}{\sqrt{x^2+1}}$

15. $2yy' - \frac{y^2}{x^2} = e^{\frac{x^2-1}{x}}$ Rpta: $y^2e^{1/x} = e^x + c$

16. $x(x-1)Cos(y)\frac{dy}{dx} + Sen(y) = x(x-1)^2$ Rpta:

17. $Cos^2(x)\frac{dy}{dx} + y = Tg(x)$ Rpta:

18. $y' - y = 1 + x + x^2$;Y(0) = 0 Rpta:

19. $(1 - Cos(x))dy + (2ySen(x) + Tg(x))dx = 0$ Rpta:

20. $\frac{dy}{dx} + y = \frac{1-e^{-2x}}{e^x + e^{-x}}$ Rpta: $y = e^{-x}Ln(e^x + e^{-x}) + ce^{-x}$

21. $ydx - (2x + y^3)dy = 0$ Rpta:

22. $ydx + (xy + 2x - ye^y)dy = 0$ Rpta:

$x = \frac{1}{2}e^y - \frac{1}{2y}e^y + \frac{1}{4y^2}e^y + \frac{c}{y^2}e^{-y}$

23. $(1 + y^2)dx = \left(\sqrt{1+y^2}Sen(y) - xy\right)dy$ Rpta: $x = (-Cos(y) + c)\frac{1}{\sqrt{1+y^2}}$

24. $(y^2 - 1)dx = y(x + y)dy$ Rpta: $x =$

$c\sqrt{1-y^2} + \left(\sqrt{1+y^2}Arcsen(y) - y\right)$

25. $xy' + 2y = e^x + Ln(x)$ Rpta: $y =$

26. $y' + yTg(x) = Cos^2(x)$;Y(0) = -1 Rpta: $y = Sen(x)Cos(x) - Cos(x)3.$

27. $y'Cos(y) + Sen(y) = x + 1$ Rpta:

28. $y' + yCos(x) = Sen(x)Cos(x)$;Y(0) = 1 Rpta: $y = 2e^{-sen(x)} + Sen(x) - 1$

29. $y' - y = 2xe^{x+x^2}$ Rpta: $y = e^{x+x^2} + ce^x$

30. $(x^2 + x)dy = (x^5 + 3xy + 3y)dx$ Rpta:

31. $Cos^2(x)\frac{dy}{dx} + y = 1$;Y(0) = -3 Rpta:

32. $xdy + (xy + 2y - 2e^{-x})dx = 0$;Y(1) = 0 Rpta:

33. $y' + xSen(2y) = x e^{-x^2} Cos^2(y)$ Rpta: $Tg(y) = (x^2/2 + c)\ e^{-x^2}$

34. $x(x-1)y' + y = x^2(2x-1)$ Rpta: $y = \dfrac{cx}{x-1} + x^2$

H. ECUACIÓN DIFERENCIAL DE BERNOULLI:

Es de la forma:

$$\begin{cases} \dfrac{dy}{dx} + P(x).Y = Q(x).Y^n \\ \dfrac{dy}{dx} + P(y).X = Q(y).X^n \end{cases}$$

Donde: $\begin{cases} n \neq 0 \\ n \neq 1 \end{cases}$

Ejercicios:

Resolver las siguientes Ecuaciones Diferenciales:

1. $xy' + y = x^2y^2$ Rpta: $y = \dfrac{1}{(cx - x^2)}$

2. $xdy + ydx = dx/y^2$ Rpta: $y^3 = 1 + cx^{-3}$

3. $y.y' + y^2Cotg(x) = Cosc^2(x)$ Rpta: $y^2 = (2x + c)(sen(x))^{-2}$

4. $\dfrac{dy}{dx} + Tg(x).y = -\dfrac{y^2}{cos(x)}$ Rpta: $Cos^2(x) = y^2(c + 2Sen(x))$

5. $2xy\dfrac{dy}{dx} - y^2 + x = 0$ Rpta: $y^2 = xLn(c/x)$

6. $ydx + (x - ½.x^3y)dy = 0$ Rpta: $x^2 = \dfrac{1}{y + cy^2}$

7. $2Sen(x)y' + yCos(x) = y^3(xCos(x) - Sen(x))$ Rpta: $1/y^2 = cSen(x) + x$

8. $3xdy = y(1 + xSen(x) - 3y^3Sen(x))dx$ Rpta: $y^3(3 + ce^{cos(x)}) = x$

9. $xdy + 2ydx = 2x^2y^{-3/2}$ Rpta: $y^{-1/2} = cx - x^2$

10. $2yy' + y^2Cotg(x) = Cosc(x)$ Rpta: $y^2Sen(x) = x + c$

11. $(yLn(x) - 2)ydx = xdy$ Rpta:

12. $x^2y' + 2x^3y = y^2(1 + 2x^2)$ Rpta: $1/y = c e^{x^2} + 1/x$

13. $y' + y\left(\dfrac{x+\frac{1}{2}}{x^2+x+1}\right) = \dfrac{(1-x^2)y^2}{(x^2+x+1)^{\frac{3}{2}}}$ Rpta:

$\dfrac{1}{y} = c\sqrt{x^2+x+1} - \dfrac{x}{\sqrt{x^2+x+1}}$

14. $(1 + x^2)y' = xy + x^2y^2$ Rpta:

$\dfrac{1}{y} = \dfrac{1}{\sqrt{1+x}}\left(c - \dfrac{x}{2}\sqrt{1+x^2} + \dfrac{1}{2}\mathrm{Ln}\left(\sqrt{1+x^2} - x\right)\right)$

15. $(x^2 + y^2 + 1)dy + xydx = 0$ Rpta: $y^4 + 2x^2y^2 + 2y^2 = c$

16. $x^2y' - 2xy = 3y^4$; $Y(1) = ½$ Rpta: $y^{-3} = -\dfrac{9}{5}x^{-1} - \dfrac{49}{5}x^{-6}$

17. $xy' + y = 1/y^2$ Rpta: $y^3 = 1 + cx^{-3}$

18. $x^3dy = 2\mathrm{Cos}(y)dy - 3x^2dx$ Rpta:

19. $\dfrac{dy}{dx} - \dfrac{y}{2x} = 5x^2y^5$ Rpta: $y = \sqrt[4]{\dfrac{x^2}{c-4x^5}}$

20. $x\dfrac{dy}{dx} + y = y^2\mathrm{Ln}(x)$ Rpta: $cxy + y(\mathrm{Ln}(x) + 1) = 1$

21. $(x^2 + y^2)dx - xydy = 0$ Rpta:

22. $xy^2y' = y^3 - x^3$ Rpta:

23. $2xy\dfrac{dy}{dx} = 4x^2 + 3y^2$ Rpta: $y^2 = -4x^2 + cx^3$

24. $y' = \dfrac{4}{x}y + x\sqrt{y}$ Rpta: $y^{1/2} = (1/2\mathrm{Ln}(x) + c)x^2$

25. $3x^2y' + y^4 = 2xy$ Rpta:

26. $(x^2\mathrm{Cos}(x) + 4y^2x)dx - 4x^2ydy = 0$ Rpta:

27. $\sqrt{x}\,y' + \sqrt{y} + 2\sqrt{xy} = y$ Rpta: $y^{1/2} = 3 + 2\sqrt{x} + c\,e^{\sqrt{x}}$

28. $dx(x^4\mathrm{Cos}(x) + 2y^2x) - 2x^2ydy = 0$ Rpta:

29. $\mathrm{Sen}(y)\dfrac{dy}{dx} = \mathrm{Cos}(x)(1 - \mathrm{Cos}(y)x)$ Rpta:

30. $\frac{dy}{dx}(x^2y^3 + xy) = 1$ Rpta:

31. $3y^2\frac{dy}{dx} - ay^3 - x - 1 = 0$ Rpta:

32. $\frac{dy}{dx} + 2xy = y^2(1/y + 4x - 2)$ Rpta:

33. $\frac{dy}{dx} = y(xy^3 - 1)$ Rpta: $y^{-3} = x + 1/3 + ce^{3x}$

34. $x^2\frac{dy}{dx} + y^2 = xy$ Rpta: $e^{x/y} = cx$

35. $xy(1 + xy^2)\frac{dy}{dx} = 1$;$Y(1) = 0$ Rpta: $x^{-1} = 2 - y^2 - e^{-y^2/2}$

36. $8xy' - y = -\frac{1}{y^3\sqrt{x+1}}$ Rpta: $y^4 = c\sqrt{x} + \sqrt{x+1}$

37. $x\frac{dy}{dx} - (1 + x)y = xy^2$ Rpta:

38. $3(1 + x^2)\frac{dy}{dx} = 2xy(y^3 - 1)$ Rpta: $1/y^3 = 1 + c(1 + x^2)$

39. $(xy^3 - y^3 - x^2e^x)dx + 3xy^2dy = 0$ Rpta: $y^3 = (e^{2x}/2 + c)e^{-(x - Ln(x))}$

40. $y' + \frac{1}{x}.y = 2Sen(x)y^4$ Rpta: $\frac{1}{y^3} = cx^3 - 6x^3\int\frac{sen(x)}{x^3}dx$

I. ECUACIÓN DIFERENCIAL DE RICATTI:

Es de la forma: $\frac{dy}{dx} + P_{(x)}.y = Q_{(x)}.y^2 + R_{(x)}$

Puede resolverse si se conoce una solución particular $y = \phi_{(x)}$

Luego hacemos el cambio: $\begin{cases} y = \phi_{(x)} + u \\ \frac{dy}{dx} = \phi'_{(x)} + \frac{du}{dx} \end{cases}$

Sustituimos en la ecuación de Ricatti, simplificamos y se obtiene una Ecuación de Bernoulli

<u>Ejercicios:</u>

Resuelva la ecuación de Ricatti dada:

1. $\frac{dy}{dx} + y^2 Sen(x) = \frac{2sen(x)}{Cos^2(x)}$; $\phi_{(x)} = \frac{1}{Cos(x)}$ Rpta: $y = \frac{1}{Cos(x)} + \frac{3Cos^2(x)}{c - Cos^3(x)}$

2. $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}.y + \frac{1}{x^2}.y^2 - 1$; $\phi_{(x)} = x$ Rpta: $y = \frac{x(2c + x^2)}{2c - x^2}$

3. $\frac{dy}{dx} = y^2 - \frac{1}{x}.y + 1 - \frac{1}{4x^2}$; $\phi_{(x)} = \frac{1}{2x} + Tg(x)$ Rpta: $y = \frac{1}{2x} + \frac{cSen(x) + Cos(x)}{cCos(x) - Sen(x)}$

4. $\frac{dy}{dx} = -\frac{4}{x^2} - \frac{1}{x}y + y^2$; $\phi_{(x)} = \frac{2}{x}$ Rpta: $y = \frac{2}{x} + \frac{1}{c^{-x^3} - x/4}$

5. $\frac{dy}{dx} = 3y + y^2 - 4$; $\phi_{(x)} = 1$ Rpta: $y = \frac{c + 4e^{5x}}{c - e^{5x}}$

6. $\frac{dy}{dx} = e^{2x} + (1 + 2e^x)y + y^2$; $\phi_{(x)} = -e^x$ Rpta: $y = -e^x + \frac{1}{ce^{-x} - 1}$

7. $\frac{dy}{dx} = Cos(x) - y - y^2 Tg(x)Sec(x)$; $\phi_{(x)} = Cos(x)$ Rpta:

8. $y' = x^3(y - x)^2 + \frac{y}{x}$; $\phi_{(x)} = x$ Rpta:

9. $y' = -2 - y + y^2$; $\phi_{(x)} = 2$ Rpta: $y = 2 + \frac{1}{ce^{-3x} - 1/3}$

10. $2x^2 y' = (x - 1)(y^2 - x^2) + 2xy$; $\phi_{(x)} = x$ Rpta:

11. $\frac{dy}{dx} = 1 - x - y + xy^2$; $\phi_{(x)} = 1$ Rpta:

12. $\frac{dy}{dx} = 2x^2 + \frac{1}{x}.y - 2y^2$; $\phi_{(x)} = x$ Rpta:

13. $\frac{dy}{dx} = Sec^2(x) - (Tg(x)).y + y^2$; $\phi_{(x)} = Tg(x)$ Rpta:

14. $\frac{dy}{dx} = 6 + 5y + y^2$; $\phi_{(x)} =$ Rpta:

15. $\frac{dy}{dx} = 2 - 2xy + y^2$; $\phi_{(x)} = 2x$ Rpta: $y = 2x + u$